

FEM-basierte Untersuchungen zur Durchstanztragfähigkeit lochrandgestützter Platten mit kleiner Lasteinleitungsfläche

T. Welsch, M. Held

Zusammenfassung Stahlbetonflachdecken sind aufgrund ihrer wirtschaftlichen und gestalterischen Vorteile seit Jahrzehnten fester Bestandteil des Geschossbaues. Neben konventionellen Stahlbetonstützen werden seit einigen Jahren zunehmend sehr schlanke und besonders tragfähige Druckglieder aus hochfesten Betonen, Schleuderbetonstützen und Stahlverbundstützen als Auflagerelemente für Flachdecken eingesetzt. Im Zusammenhang mit diesen Bauweisen wurden Konstruktionsdetails für den Knoten hochfeste Stütze – normalfeste Decke entwickelt, bei denen die Lastdurchleitung durch den Deckenknoten im Wesentlichen über durchlaufende Kerne aus Stahl oder hochfestem Beton sichergestellt wird. Hierdurch wird die für die Lasteinleitung von der Decke in die Stütze zur Verfügung stehende Fläche A_{Load} reduziert. Nachfolgend wird über FEM-basierte Untersuchungen berichtet, mit denen der Einfluss der reduzierten Lasteinleitungsfläche auf die Durchstanztragfähigkeit der Decke näher beleuchtet wurde. Weiterhin werden Bemessungsvorschläge angegeben, die aus den Ergebnissen der FEM-Untersuchungen resultieren.

FEM-based studies on hole edge supported slabs with a small load application area

Abstract Due to a number of economic and aesthetic benefits flat slabs have been established as an integral part of building construction. For a couple of years, in addition to conventional reinforced concrete columns very slender columns like composite and spun concrete columns or columns of high-strength concrete also have been used as supports. To ensure the load transmission from the high strength columns through the normal strength slab, details with high-strength cores with a reduced cross-section, which penetrate the slab, were developed. As a result of this, the reaction force of the slab is passed to the column by a reduced load application area A_{Load} in the fringe of the column. In this paper the punching shear strength of hole edge supported slabs with a small load application area is analyzed by means of FEM simulations. As a result of the FEM studies, design proposals are made for these slabs.

Dipl.-Ing. Torsten Welsch

Lehr- und Forschungsgebiet
Massivbau & Tragkonstruktionen
Bergische Universität Wuppertal
Fachbereich D, Abtl. Bauingenieurwesen
Pauluskirchstraße 7
42285 Wuppertal
welsch@uni-wuppertal.de

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Markus Held

Lehr- und Forschungsgebiet
Massivbau & Tragkonstruktionen
Bergische Universität Wuppertal
massivbau@uni-wuppertal.de

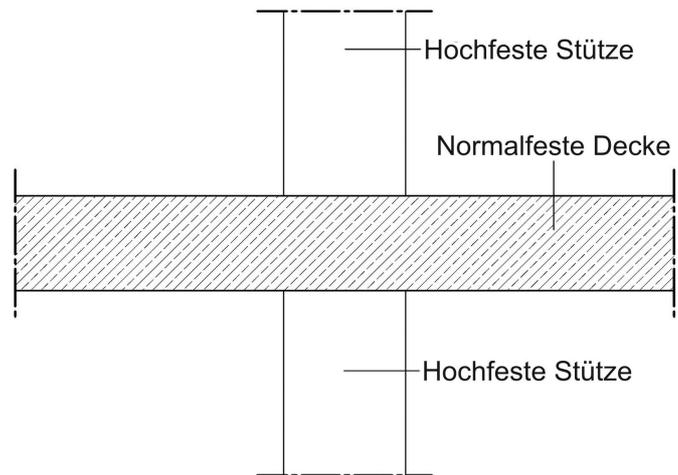


Bild 1. Knotenpunkt normalfeste Decke – hochfeste Stütze [9]

Fig. 1. Node between normal strength slab and high strength column [9]

1 Einleitung und Problemstellung

Punktgestützte Stahlbetonflachdecken haben sich als Standardbauweise des Geschossbaues etabliert [1]. Bei üblichen Stützweiten und geringer Geschossanzahl kommen als Auflagerelemente üblicherweise Ortbeton- oder Fertigteilstützen aus normalfestem Beton zur Ausführung. Bei größerer Stützenbelastung werden bei dieser Bauweise große Stützenquerschnitte erforderlich, was mit einem Verlust an Nutzfläche und gestalterischer Qualität einhergeht. Daher werden seit einiger Zeit zunehmend tragfähigere Druckglieder als Auflagerelemente eingesetzt, die eine bedeutend größere Stützenschlankheit gestatten. Hier sind insbesondere die Entwicklungen im Stahlverbundbau [2] sowie im Bereich hochfester Betone [3] zu nennen. Bei Verwendung solcher sehr schlanken Druckglieder tritt im Knoten zwischen den hochfesten Stützen und den in der Regel aus normalfestem Beton hergestellten Stahlbetonflachdecken das Problem der Lastdurchleitung auf (Bild 1). Zwar ist die Knoten Tragfähigkeit aufgrund des räumlichen Spannungszustandes in ungestörten Deckenbereichen an Innenstützen größer als die Tragfähigkeit, die sich unter Ansatz der einaxialen Druckfestigkeit f_c des Deckenbetons ergibt [4 – 8], die Knoten Tragfähigkeit bleibt jedoch durch den normalfesten Deckenbeton limitiert.

Dieses Problem hat zur Entwicklung von Konstruktionsdetails geführt, bei denen die Lastdurchleitung über im Querschnitt verjüngte, hoch tragfähige „Kerne“ erfolgt, die den Deckenknoten durchdringen und einen unmittelbaren Kraftschluss zwischen unterer und oberer Stütze ermöglichen (Bild 2 und 3). Der Deckenbeton ist bei diesen Konstruktionen nicht oder nur zu einem geringen Anteil an der Lastdurchleitung beteiligt.

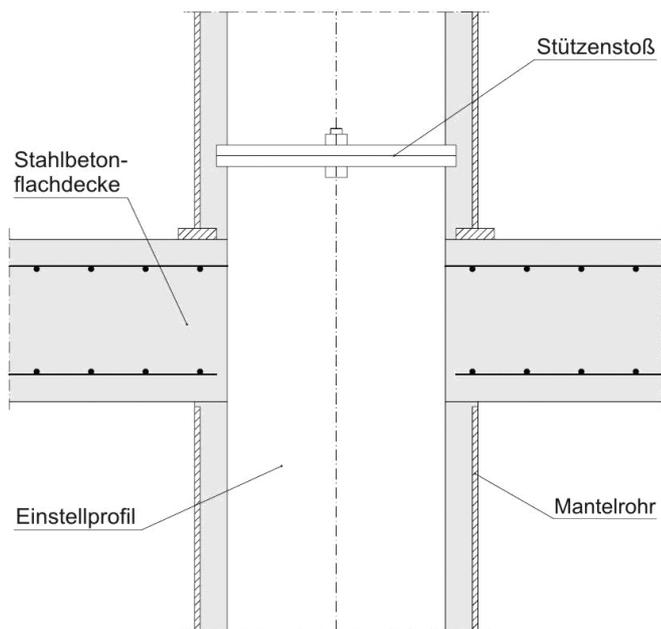


Bild 2. Verbundstütze mit unterbrochenem Mantelrohr und durchlaufendem Einstellprofil
 Fig. 2. Composite column with non-continuous tube and continuous inner steel section

Bei den in Bild 2 und 3 dargestellten Knotenausbildungen erfolgt die Lasteinleitung von der Flachdecke in die untere Stütze über die durch den Kernquerschnitt reduzierte Lasteinleitungsfläche $A_{Load,red}$ und ggf. zusätzlich über Verbundwirkung zwischen Kern und Deckenbeton. Je nach Kernausbildung und Kerngröße besteht die Fläche $A_{Load,red}$ aus einem nur wenige cm breiten Ring, der im Fall der Schleuderbetonstützen häufig nicht breiter ist als die Betondeckung der anschließenden Stützen. Die Auflagerung der Flachdecke erfolgt in diesem Fall nicht mehr als kontinuier-

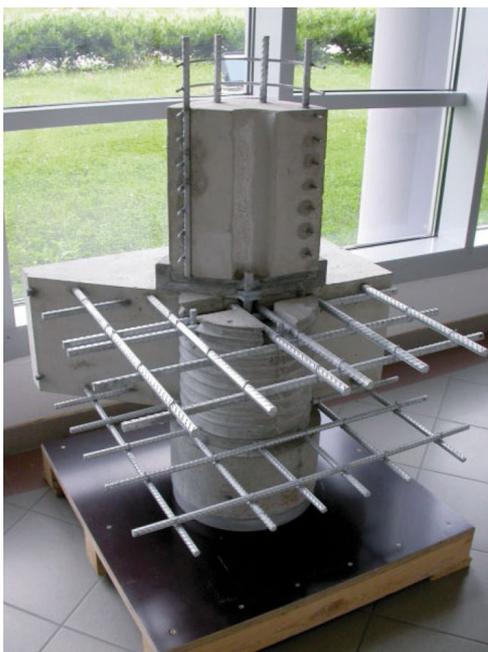
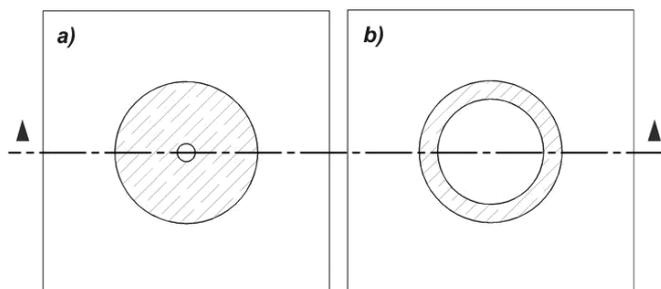


Bild 3. Schleuderbetonstütze mit hochfestem Kern im Deckenbereich [10]
 Fig. 3. Spun concrete column with high strength core in the slab [10]

Draufsicht



Schnitt

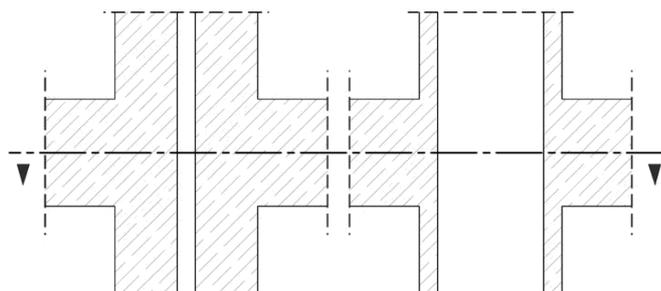


Bild 4. Abgrenzung unterschiedlicher Lagerungsarten [9]:
 a) kontinuierliche Punktstützung (mittiges Loch oder Kern ohne Einfluss),
 b) Lochrandstützung mit kleiner Lasteinleitungsfläche
 Fig. 4. Distinction of different bearing types [9]: a) continuous point support, b) hole edge support with a small load application area

liche Punktstützung, sondern als Lochrandstützung mit kleiner Lasteinleitungsfläche (**Bild 4**).

Da die Bemessung lochrandgestützter Platten mit kleiner Lasteinleitungsfläche in den nationalen und internationalen Regelwerken des Stahlbetonbaus ([11] – [20]) nicht explizit geregelt ist, erfolgt die Durchstanzbemessung solcher Decken in der Praxis zumeist unter Annahme einer kontinuierlichen Punktstützung mit ungestörter Lasteinleitungsfläche A_{Load} . Mögliche Einflüsse aus der Lochrandstützung auf das Durchstanztragverhalten bleiben dabei unberücksichtigt. Hier wäre eine eindeutige Abgrenzung lochrandgestützter Platten von konventionellen Stahlbetonflachdecken wünschenswert, wie sie in DIN 1045 (1988) [21] vorgenommen wurde: „Lochrandgestützte Platten (z.B. Hubdecken) sind keine punktförmig gestützten Platten im Sinne dieser Norm“.

2 Stand der Forschung

Das Durchstanztragverhalten normal punktgestützter Flachdecken wurde seit den 1950er Jahren durch zahlreiche Versuche intensiv erforscht [1]. Dabei wurden der Versagensmechanismus und wesentliche Parameter, die das Durchstanztragverhalten maßgeblich beeinflussen, weitgehend identifiziert (siehe z.B. [22]). Dies hat zur Ableitung zahlreicher Modellvorstellungen geführt, mit denen der Versagensmechanismus beim Durchstanzen normal punktgestützter Flachdecken theoretisch erklärt und die Durchstanzbruchlast rechnerisch bestimmt werden kann. Eine Übersicht über diese Modelle ist z.B. in [23] zu finden.

Im Gegensatz zu diesen umfangreichen Untersuchungen ist die Forschungstätigkeit in Hinblick auf das Durchstanztragverhalten lochrandgestützter Platten sehr überschaubar. Die hierzu veröffentlichten Arbeiten wurden größtenteils in Zusammenhang mit dem in den 1950er bis 1980er Jahren

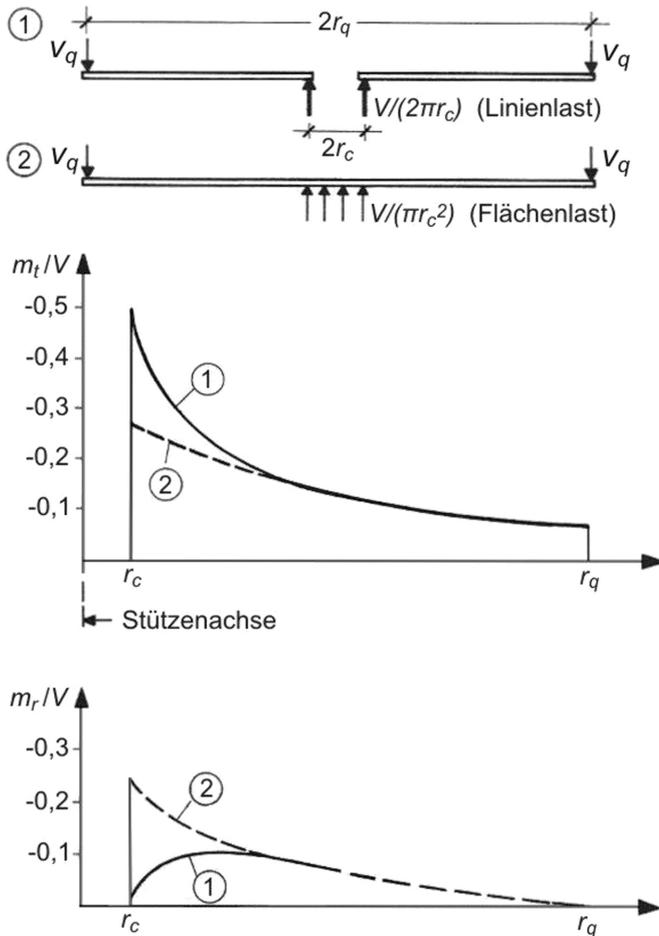


Bild 5. Verlauf der Tangential- und Radialmomente in Abhängigkeit von den Lagerungsbedingungen (nach [33])
 Fig. 5. Radial and tangential moments as a function of bearing conditions (according to [33])

populären Hubdeckenverfahren verfasst, bei dem die Stützen in der Decke ausgespart und die so entstehenden Lochränder mit als Hub- und Auflagerelemente dienenden Stahlkragen eingefasst werden. Die Ergebnisse dieser Arbeiten [24 – 32] zeigen, dass das Durchstantragverhalten lochrändergestützter Platten zwar prinzipiell dem der normal punktgestützten Platten entspricht, es aber überdies entscheidend von der radialen Steifigkeit am Lochrand abhängig ist. Bei Platten mit sehr steifen Kragen am Lochrand lässt sich ein annähernd identisches Tragverhalten zu normal punktgestützten Platten mit tangentialen und radialen Rissen im Bruchzustand beobachten. Eine geringe Kragensteifigkeit hingegen führt zu kleineren Versagenslasten und Rissbildern mit ausschließlich radialen Rissen im Bruchzustand. Dieses Phänomen ist mit der von den Lagerungsbedingungen abhängigen Größe der radialen und tangentialen Momente zu begründen (Bild 5).

Da bei den in Absatz 1 beschriebenen Konstruktionen die Lochränder nicht verstärkt werden, ist die Übertragbarkeit der im Zusammenhang mit dem Hubdeckenverfahren vorgestellten Ergebnisse und Bemessungsverfahren auf diese Bauweisen in Frage zu stellen. Dies gilt um so mehr, wenn die Größe der Lasteinleitungsfläche in einen Vergleich der verschiedenen Bauweisen einbezogen wird. Das in Bild 6 dargestellte Verhältnis zwischen der charakteristischen Deckenauflagerlast $V_{E,k}$ (Gebrauchslast) und der Lasteinleitungsfläche A_{Load} für verschiedene Versuchsergebnisse an

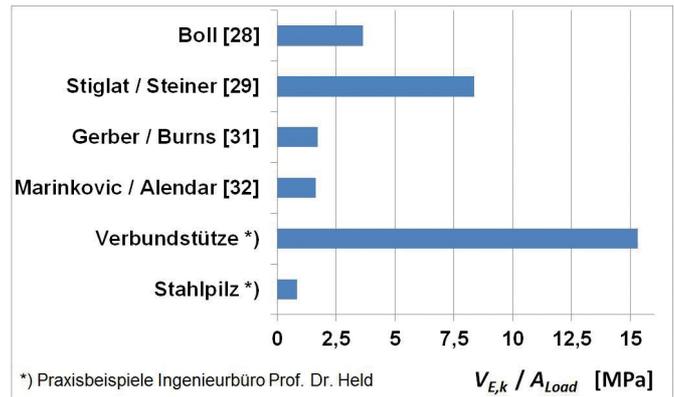


Bild 6. Verhältnis $V_{E,k} / A_{Load}$ verschiedener Hubdeckenversuche im Vergleich zu Flachdecken mit Verbundstützen bzw. Stahlpilzen [9]
 Fig. 6. Ratio $V_{E,k} / A_{Load}$ of different lift slab specimens compared to flat slabs supported on composite columns or columns with shear heads [9]

Innenstützen zeigt sehr anschaulich, dass sich die hier im Blickpunkt stehenden Konstruktionen deutlich von den Hubdeckenversuchen unterscheiden.

Die notwendigen Untersuchungen des Durchstantragverhaltens lochrändergestützter Platten mit kleiner Lasteinleitungsfläche wurden bislang nicht durchgeführt. Nach den vorangegangenen Ausführungen müssen bei diesen Untersuchungen insbesondere der Einfluss des Kerns auf die radiale Steifigkeit und eine mögliche Beeinflussung des Tragverhaltens durch die Größe der Lasteinleitungsfläche beleuchtet werden.

3 Eigene Untersuchungen mittels FEM-Simulationen

3.1 Konzept für die FEM-Simulationen

Die Untersuchungen zum Durchstantragverhalten lochrändergestützter Platten mit kleiner Lasteinleitungsfläche wurden als dreidimensionale, physikalisch nichtlineare FEM-Simulationen mit der Software „DIANA“ [34] durchgeführt. Für die Modellierung und die Auswertung der Ergebnisse wurde der Pre- und Postprocessor „MIDAS FX+“ [35] verwendet. Mit dieser Software wurden zunächst zum Zweck der Validierung zwei Fremdversuche aus der Literatur an auf kreisrunden Innenstützen normal punktgestützten Platten ohne Durchstanzbewehrung nachgerechnet (s. Abs. 3.2). Danach wurden die hierbei erzeugten Modelle verschiedenen Parameterstudien unterzogen, bei denen die radiale Steifigkeit und die Größe der Lasteinleitungsfläche variiert wurden (s. Abs. 3.3 bis 3.5). Eine detaillierte Beschreibung der Diskretisierung, der verwendeten Materialmodelle, der Belastungsanordnung sowie des eingesetzten Pfadverfolgungsalgorithmus ist in [9] zu finden.

3.2 Nachgerechnete Fremdversuche

Um das in Abs. 3.1 beschriebene Konzept für die FEM-Simulationen zu validieren, wurden zunächst zwei Fremdversuche aus den in [22, 36 und 37] veröffentlichten Versuchsdatenbanken ausgewählt und nachgerechnet. Als Kriterien für geeignete Versuche wurden folgende Parameter festgelegt:

- Flachdeckenausschnitt auf kreisrunder Innenstütze,
- Praxisübliche Abmessungen mit $20 \text{ cm} \leq h \leq 30 \text{ cm}$ und $25 \text{ cm} \leq d_{col} \leq 50 \text{ cm}$,
- Schlaffe Längsbewehrung mit orthogonalem Bewehrungsnetz, keine Durchstanzbewehrung,

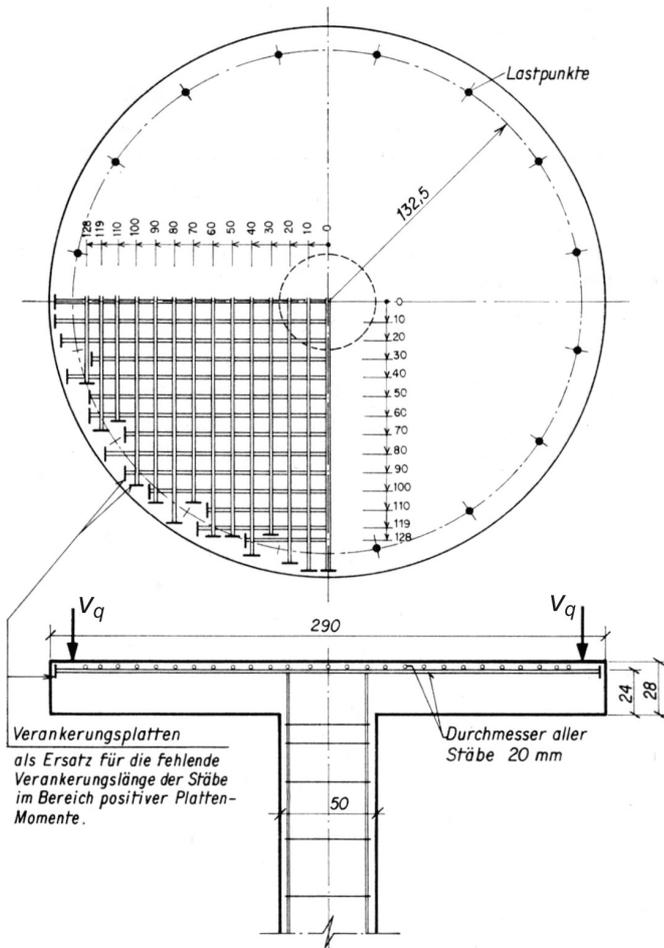


Bild 7. Geometrie und Bewehrung der Versuchsplatte P1 (nach [38])
Fig. 7. Punching shear test specimen P1 (according to [38])

- Praxisrelevanter Längsbewehrungsgrad $\rho_l \geq 0,75\%$,
- Verwendung von normalfestem Beton,
- Ausführliche Dokumentation des Versuchsaufbaus, der Werkstoffparameter und der Ergebnisse,
- Durchführung der Versuche an verschiedenen Standorten, um systematische, standortabhängige Fehler ausschließen zu können.

Die Wahl fiel auf den Versuch P1 von Schaeidt, Ladner und Rösli, der 1967 an der Eidgenössischen Materialprüfungs- und Versuchsanstalt (EMPA) in Dübendorf (Schweiz) durchgeführt wurde [38 und 39] und auf den Versuch S2.2 von Tolf [40], durchgeführt 1988 an der KTH Stockholm (Schweden). Wie die Bilder 7 und 8 zeigen, konnte die Funktionsfähigkeit der FEM-Simulationen auf diese Weise an Platten mit sehr unterschiedlich großen Lasteinleitungsflächen überprüft werden. Versuch S2.2 bot zudem die Möglichkeit, die Ergebnisse der eigenen Nachrechnung mit den Resultaten der am gleichen Versuch durchgeführten FEM-Simulationen von Staller [37] zu vergleichen. Bei beiden Versuchen wurden die Versuchsplatten aus normalfesten Betonen (P1: $f_{c,cyl} \approx 30,0$ MPa; S2.2: $f_{c,cyl} \approx 23,5$ MPa) hergestellt.

Beide Versuche konnten mit den in Abs. 3.1 beschriebenen FEM-Simulationen in zufriedenstellender Weise nachgerechnet werden. Die Abweichungen der rechnerischen Versagenslasten von den Versuchsergebnissen betragen $\leq 2,5\%$ (P1: $V_{u,Test} = 1662$ kN, $V_{u,FEM} = 1623,9$ kN; S2.2: $V_{u,Test} = 603$ kN, $V_{u,FEM} = 606,1$ kN).

Die rechnerisch ermittelten Verschiebungen und Betonstauungen zeigen während der gesamten Simulation qualita-

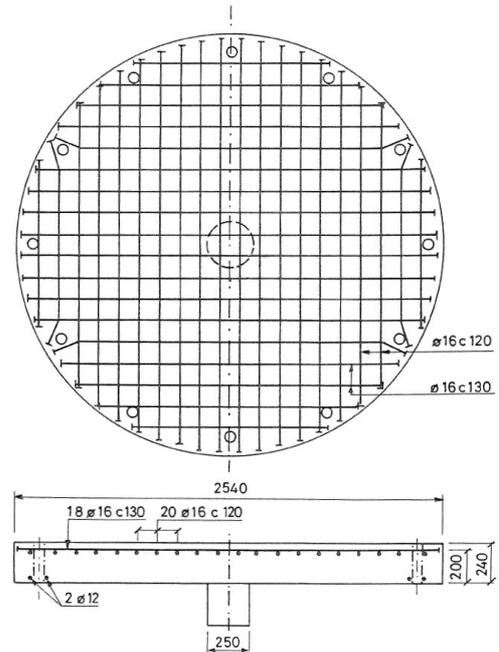


Bild 8. Versuchsplatte S2.2 von Tolf (nach [40])
Fig. 8. Tolf's punching shear test specimen S2.2 (according to [40])

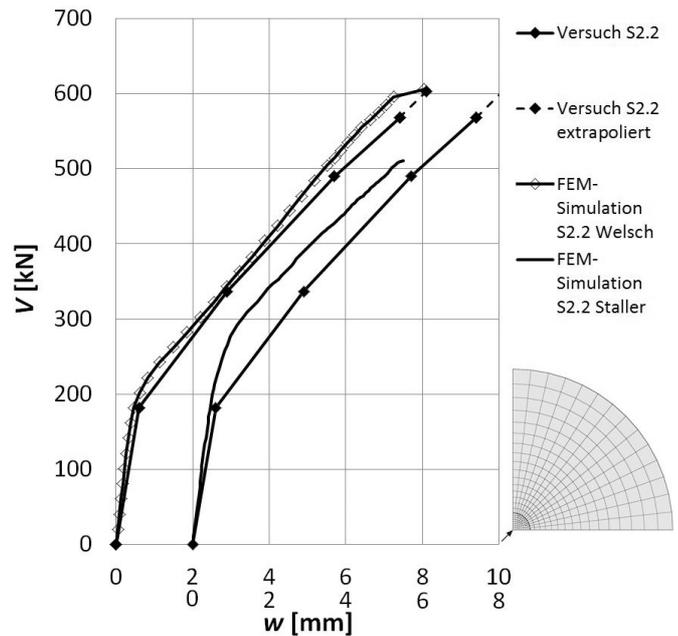


Bild 9. Last-Verformungs-Kurve des Versuchs S2.2 und der FEM-Simulation S2.2 im Vergleich [9]
Fig. 9. Load-displacement-relation of test S2.2 compared to the results of the FEM-investigations [9]

tiv und quantitativ eine gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen (in Bild 9 und 10 exemplarisch für Versuch S2.2 dargestellt).

Die Bewehrungsstahldehnungen zeigen qualitativ in beiden Simulationen eine zufriedenstellende Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen. Quantitativ ist in Simulation P1 mit Abweichungen von $\pm 0,2\%$ eine sehr viel bessere Übereinstimmung zu beobachten als in Simulation S2.2, wo bis ca. 70% der Versagenslast ebenfalls Abweichungen von $\pm 0,2\%$ auftreten, danach jedoch bis zu $+0,6\%$. Diese größeren Abweichungen sind mit großer Wahrscheinlichkeit auf den in der Simulation unterstellten vollkommenen Verbund

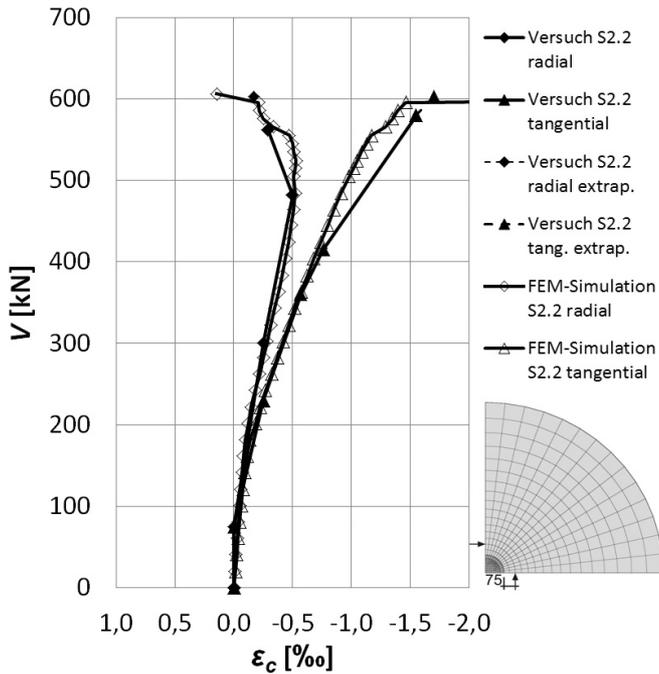


Bild 10. Betondehnungen im Versuch S2.2 und in der FEM-Simulation S2.2 [9]
 Fig. 10. Concrete strains of test S2.2 compared to the results of the FEM-investigations [9]

zwischen Bewehrung und Beton zurückzuführen, was auch das geringfügig steifere Verhalten der Platte in der Simulation erklärt (Bild 9).

Das Rissbild an der Plattenoberseite deckt sich bei beiden Simulationen mit den jeweiligen Versuchsergebnissen. Auf Gebrauchslastniveau sind einige wenige tangentiale Risse unmittelbar am Stützenanschnitt und davon ausgehende radiale Risse zu beobachten. Beim Versagen ist eine deutliche Zunahme der radialen Rissbildung sowie die Bildung neuer, weiter außen verlaufender Tangentialrisse feststellbar. Die Lage der äußersten Tangentialrisse entspricht in etwa der im Versuch festgestellten Lage der Durchstanzrisse. Die Auswertung des Rissbildes und der vertikalen Dehnungen in den Symmetrieachsen ergibt, dass der Durchstanzriss auch im Platteninneren deutlich erkennbar ist. Die Rissneigung wird in der FEM-Simulation prinzipiell korrekt wiedergegeben (Bild 11).

Das in den FEM-Simulationen beobachtete Tragverhalten steht in Übereinstimmung mit den in der Literatur (z.B. [22 – 23] und [41 – 43] beschriebenen Versuchsergebnissen und lässt sich wie folgt skizzieren: Vom Belastungsbeginn bis unmittelbar vor dem Versagen ist an der Plattenunterseite unmittelbar am Stützenanschnitt ein mehraxialer Druckspannungszustand („Druckring“) erkennbar. Neben diesem nur ca. 3–4 cm hohen Druckring zeigt sich ein tangential verlaufender Bereich vertikaler Zugdehnungen, deren Größe und Ausdehnung mit größer werdender Belastung stetig anwachsen. Im Platteninneren ist ab ca. 40–60% der Versagenslast ein schräg geneigter Schubriss erkennbar, der jedoch zunächst nicht bis zur Plattenunter- und -oberseite reicht. Ab ca. 90% der Versagenslast ist an der Plattenunterseite in unmittelbarer Nähe zum Anschnitt eine Abnahme der radialen Betonstauchungen und eine größere Zunahme der tangentialen Betonstauchungen zu beobachten (siehe auch Bild 10). Verbunden hiermit ist eine deutliche Zunahme der Schubrissbreite und -länge im Platteninneren. Schließlich kommt es zu einem sprunghaften Anstieg der

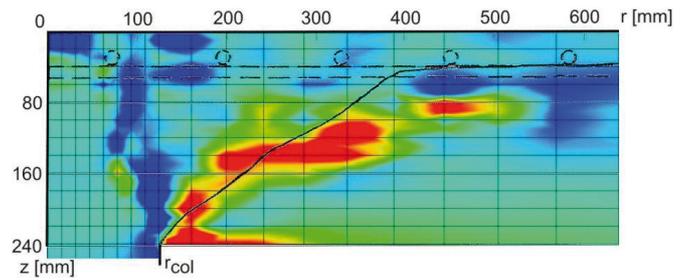


Bild 11. Betondehnungen ϵ_{zz} und Durchstanzriss im Versuch S2.2 [9]
 Fig. 11. Concrete strains ϵ_{zz} and measured punching shear crack in test S2.2 [9]

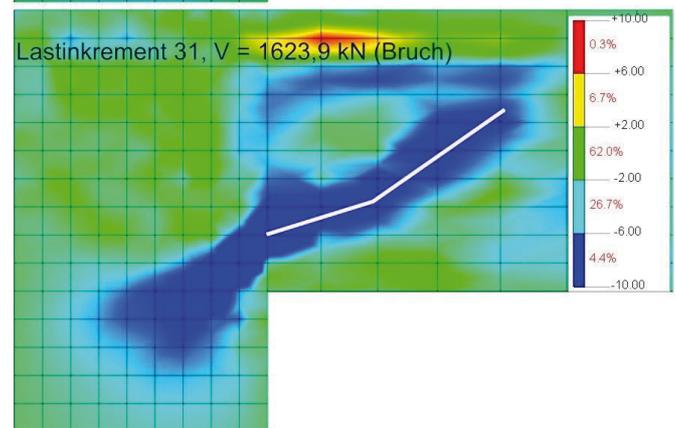
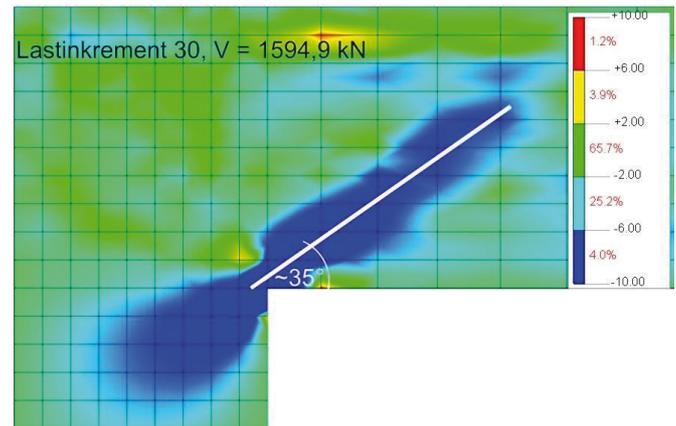


Bild 12. Ausbildung einer geknickten Druckstrebe beim Versagen (Spannungen σ_{zx} in Simulation P1 [MPa]) [9]
 Fig. 12. Development of an elbow-shaped strut at failure (stresses σ_{zx} in simulation P1 [MPa]) [9]

vertikalen Zugdehnungen neben dem Druckring, was als Abplatzen der Betondeckung interpretiert werden kann. Als Folge kommt es zur Aufhebung des mehraxialen Druckspannungszustands an der Plattenunterseite und zu einer Ausbreitung des Durchstanzrisses in die Plattendruckzone (siehe auch Bild 11). In beiden Simulationen war beim Versagen eine Verlagerung der maximalen Radialdruckspannungen in das Platteninnere zu beobachten. In der Simulation P1 konnte überdies die von *Muttoni* [43] propagierte Ausbildung einer geknickten Druckstrebe kurz vor bzw. beim Versagen festgestellt werden (Bild 12).

3.3 Parameterstudie zur Lochrandstützung bei Platten mit einem Sackloch in Plattenmitte (H-Serie)

Wie in Abs. 2 erläutert wurde, lassen die bislang durchgeführten Untersuchungen zum Durchstanzen lochrandgestützter Platten eine Abhängigkeit zwischen der radialen Steifigkeit und der Versagenslast erkennen. Aus diesem

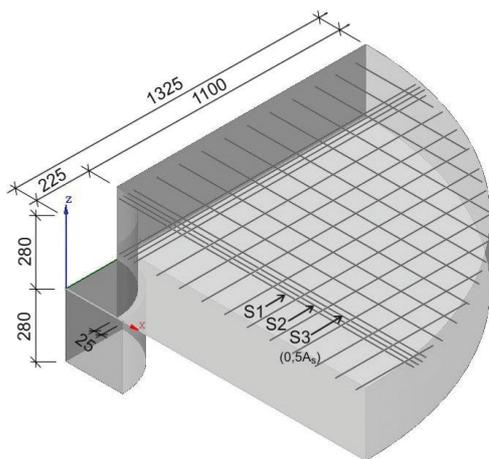


Bild 13. Geometrie des FE-Modells zu Simulation P1-H-450 [9]
 Fig. 13. Geometry of FE model used for simulation P1-H-450 [9]

Grund wurde bei den FEM-Simulationen zunächst der Grenzfall der gelenkigen Lagerung am Lochrand untersucht (Fall 1 in Bild 5). Hierzu wurden bei den Platten *P1* und *S2.2* in Plattenmitte Sacklöcher unterschiedlicher Durchmesser angeordnet. Der größte Durchmesser wurde so gewählt, dass die Platten nur noch auf einem 25 mm breiten Ring auf den Stützen aufliegen (**Bild 15**). Die im Lochbereich liegende Bewehrung wurde jeweils neben das Sackloch ausgelagert.

Von diesem Extremfall ausgehend wurde der Lochdurchmesser in 25/50 mm – Schritten (*P1*) bzw. in 20 mm – Schritten (*S2.2*) reduziert. Das komplette Untersuchungsprogramm dieser *H*-Serie (*H* = hole, Zahlenwert = Lochdurchmesser in mm) kann **Tabelle 1** entnommen werden.

Bei der Durchführung der FEM-Simulationen zur *H*-Serie wurde festgestellt, dass das System bei Ansatz normalfesten Betons für die Stützen infolge eines lokalen Versagens des Stützenbetons unmittelbar unter der Platte versagt, deutlich

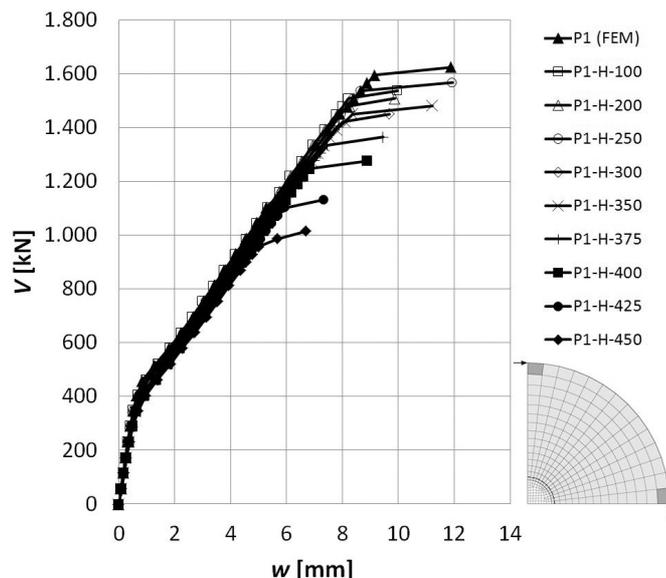


Bild 14. Last-Verformungs-Beziehungen der Reihe P1-H [9]
 Fig. 14. Load-displacement-relations of series P1-H [9]

bevor ein Durchstanzproblem in der Platte beobachtet werden konnte. Da ein solches Versagen bei den hier im Fokus stehenden Konstruktionsarten ausgeschlossen erscheint, wurde die Betondruckfestigkeit der Stützen auf $f_c = 100$ MPa erhöht. Um die Vergleichbarkeit mit den Ergebnissen der Simulationen *P1* und *S2.2* sicherzustellen, wurde diese Erhöhung auch dort vorgenommen (die in Abs. 3.2 beschriebenen Ergebnisse beziehen sich auf die Simulationen mit hochfestem Stützenbeton, die Unterschiede zu normalfesten Stützen waren dort jedoch marginal). Es ist hervorzuheben, dass die nachfolgend präsentierten Simulationsergebnisse somit nicht auf Systeme mit Stützen aus normalfestem Beton übertragen werden können.

Wie auf **Bild 14** exemplarisch für Reihe *P1* dargestellt ist, ist ein deutlicher Einfluss des Sacklochs auf die Last-Verformungs-Beziehung und die Versagenslasten erkennbar. Mit

Tabelle 1. Untersuchungsprogramm für die Platten der H-Serie [9]; a_i = Abstand der Bewehrungsstäbe von der Stützenmitte
 Table 1. Overview on the specimens of the H-series [9]; a_i = distance of reinforcement bars from column center

Platte	d_{col} [mm]	d_{hole} [mm]	A_{col} [mm ²]	$A_{Load,red}$ [mm ²]	$A_{Load,red} / A_{col}$	a_1 [mm]	a_2 [mm]	a_3 [mm]
<i>P1-H-450</i>	500	450	196350	37306	0,19	235	255	275
<i>P1-H-425</i>	500	425	196350	54487	0,28	222,5	242,5	265,5
<i>P1-H-400</i>	500	400	196350	70686	0,36	210	230	250
<i>P1-H-375</i>	500	375	196350	85903	0,44	197,5	217,5	237,5
<i>P1-H-350</i>	500	350	196350	100138	0,51	185	205	225
<i>P1-H-300</i>	500	300	196350	125664	0,64	160	180	-
<i>P1-H-250</i>	500	250	196350	147262	0,75	135	155	-
<i>P1-H-200</i>	500	200	196350	164934	0,84	110	130	-
<i>P1-H-100</i>	500	100	196350	188496	0,96	60	-	-
<i>S2.2-H-200</i>	250	200	49087	17671	0,36	110	-	-
<i>S2.2-H-180</i>	250	180	49087	23640	0,48	100	-	-
<i>S2.2-H-160</i>	250	160	49087	28981	0,59	90	-	-
<i>S2.2-H-140</i>	250	140	49087	33694	0,69	80	-	-
<i>S2.2-H-120</i>	250	120	49087	37778	0,77	70	-	-

Tabelle 2. Versagenslasten der H-Serie und der D-Serie im Vergleich [9]
 Table 2. Ultimate loads of the H-series compared to the D-series [9]

Modell	$V_{u,hole}$ [kN]	$V_{u,hole}/N_u$ [-]	Modell	$V_{u,disp}$ [kN]	$V_{u,disp}/N_u$ [-]	$V_{u,hole}/N_{u,disp}$ [-]
P1-H-450	1015,1	0,63	P1-D-450	1450,7	0,89	0,70
P1-H-425	1131,0	0,70	P1-D-425	1450,0	0,89	0,78
P1-H-400	1276,0	0,79	P1-D-400	1479,0	0,91	0,86
P1-H-375	1363,8	0,84	P1-D-375	1450,0	0,89	0,94
P1-H-350	1481,0	0,91	P1-D-350	1478,9	0,91	1,00
P1-H-300	1450,0	0,89	P1-D-300	1479,3	0,91	0,98
P1-H-250	1566,0	0,96	P1-D-250	1537,0	0,95	1,02
P1-H-200	1508,1	0,93	P1-D-200	1566,1	0,96	0,96
P1-H-100	1537,0	0,95	P1-D-100	1566,0	0,96	0,98
S2.2-H-200	470,2	0,78	S2.2-D-200	575,9	0,95	0,82
S2.2-H-180	517,6	0,85	S2.2-D-180	585,7	0,97	0,88
S2.2-H-160	571,2	0,94	S2.2-D-160	595,8	0,98	0,96
S2.2-H-140	577,9	0,95	S2.2-D-140	596,0	0,98	0,97
S2.2-H-120	605,8	1,00	S2.2-D-120	615,6	1,02	0,98

kleiner werdendem Lochdurchmesser nähern sich die Last-Verformungs-Kurven und die Bruchlasten denen der Referenzvollplatten an (Tabelle 2). Die im Verhältnis kleinste Versagenslast ergibt sich für Platte P1-H-450 mit 63% der Bruchlast der Referenzvollplatte P1.

Da die Bewehrung bei den Platten der H-Serie neben die Sacklöcher ausgelagert wurde, ist es denkbar, dass die zuvor beschriebenen Unterschiede zwischen den Platten der H-Serie und den Referenzvollplatten auf die Auslagerung der Bewehrung und somit nicht direkt auf die Anordnung der Sacklöcher zurückzuführen ist. Aus diesem Grund wurden Vergleichsrechnungen an Vollplatten angestellt, bei denen die Bewehrung in gleicher Weise ausgelagert wurde (D-Serie, D = displaced). Die Platten der D-Serie und der H-Serie unterscheiden sich somit ausschließlich durch das Vorhandensein bzw. Nichtvorhandensein der Sacklöcher. Wie Tabelle 2 zu entnehmen ist, lässt sich durch die Auslagerung die nur geringfügig reduzierte Tragfähigkeit der Platten mit kleinem Lochdurchmesser erklären. Bei den Platten P1-H-450 bis P1-H-375 sowie S2.2-H-200 und S2.2-H-180 können die Tragfähigkeitsunterschiede nicht allein mit der ausgelagerten Bewehrung begründet werden, so dass ein direkter Einfluss der Sacklöcher eindeutig gegeben ist (Tabelle 2).

Die Auswertung der Betondehnungen ergibt Aufschluss über die Ursache für die verminderte Tragfähigkeit der Lochplatten: Wie auf Bild 15 exemplarisch für Platte P1-H-450 dargestellt ist, sind die radialen Betondehnungen signifikant kleiner als bei der Referenzvollplatte, die tangentialen Betondehnungen hingegen erkennbar größer. Dies bestätigt den aufgrund der in Abs. 2 beschriebenen Versuchsergebnisse vermuteten Einfluss der radialen Steifigkeit und der Größe der Lasteinleitungsfläche auf das Tragverhalten: Es kommt zu einer Umlagerung von den Radial- zu den Tangentialmomenten.

Als Folge dieser Momentenumlagerung zeigt sich bei den Platten der H-Serie mit großem Lochdurchmesser ein gegenüber den Referenz-Vollplatten grundlegend anderes Rissbild. Im Bruchzustand ist bei den Lochplatten zwar eine

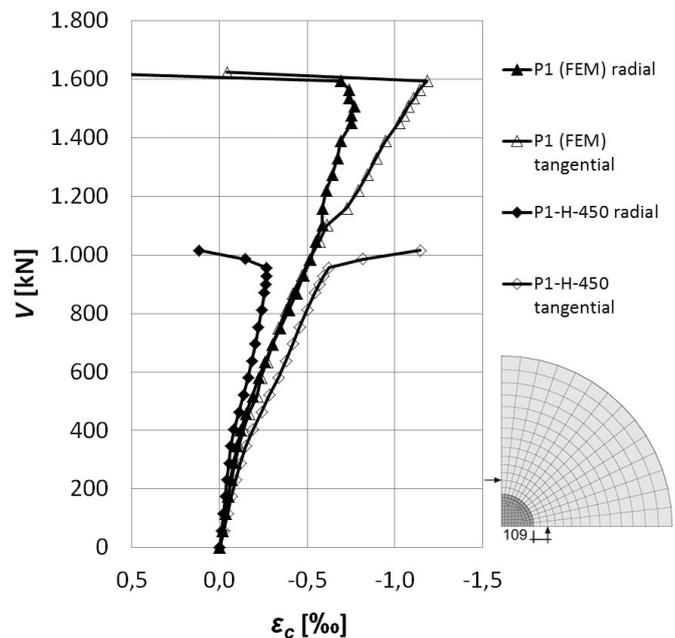


Bild 15. Betondehnungen der Simulation P1-H-450 im Vergleich zur Referenzvollplatte P1 [9]
 Fig. 15. Concrete strains of simulation P1-H-450 compared to simulation P1 [9]

ausgeprägte Radialrissbildung zu beobachten, tangential Risse sind jedoch nur vereinzelt und sehr nahe an der Stütze festzustellen. Ein durchgehender Durchstanzriss ist weder an der Plattenoberseite noch im Platteninneren erkennbar. Konsistent hierzu sind die vertikalen Betondehnungen im Platteninneren, die ebenfalls nicht auf ein Durchstanzversagen hindeuten. Auffällig ist, dass neben dem weiterhin erkennbaren Druckring an der Plattenunterseite zu einem früheren Zeitpunkt als bei den Vollplatten plötzlich sehr große vertikale Zugdehnungen auftreten (Bild 16, Stelle 1). Die unterste Elementreihe am Lochrand erfährt an der Lochwandung zunächst große positive, beim Bruch dann große negative Dehnungen in vertikaler Richtung (Bild 16, Stelle

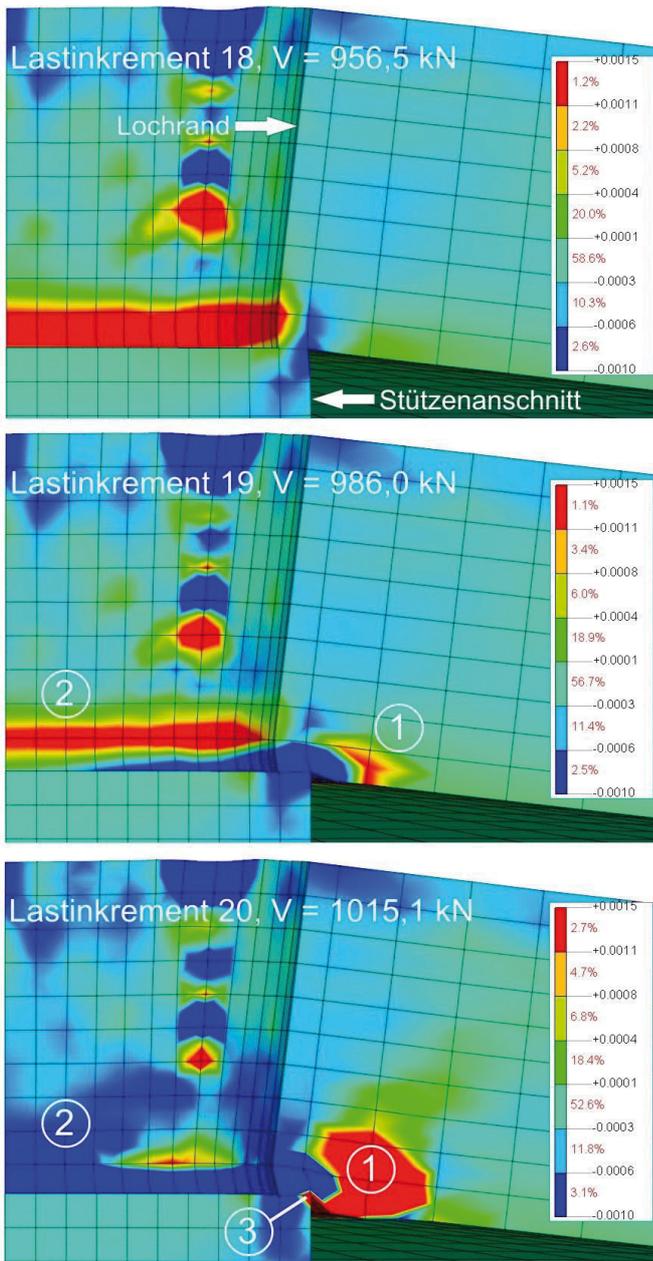


Bild 16. Vertikale Betondehnungen ϵ_{zz} , Modell P1-H-450 [9]
 Fig. 16. Vertical concrete strains ϵ_{zz} , model P1-H-450 [9]

2). Bei diesen Elementen sind überdies große Zugdehnungen im Übergang zur Plattenunterseite und Deformationen beim Versagen zu erkennen (Bild 16, Stelle 3).

Bemerkenswert ist, dass in Simulation *P1-H-450* eine erheblich steilere Druckstrebenneigung zu beobachten ist als bei der Referenzvollplatte *P1* (vgl. Bilder 12 und 17). Im Übergang vom vorletzten zum letzten Lastinkrement ist überdies eine Änderung der Druckstrebenneigung festzustellen (Bild 17).

Diese Ergebnisse der Simulationen werden wie folgt interpretiert: Als Folge der kleineren radialen Betonstauchungen wird die Horizontalkomponente der schrägen Druckstrebe kleiner, was zu einer steileren Druckstrebenneigung führt. Hieraus resultierend treten an der Plattenunterseite zu einem früheren Zeitpunkt der Lastgeschichte große vertikale Betonzugdehnungen auf, die wiederum als Abplatzen von Beton interpretiert werden. Hierdurch kommt es zur Aufhe-

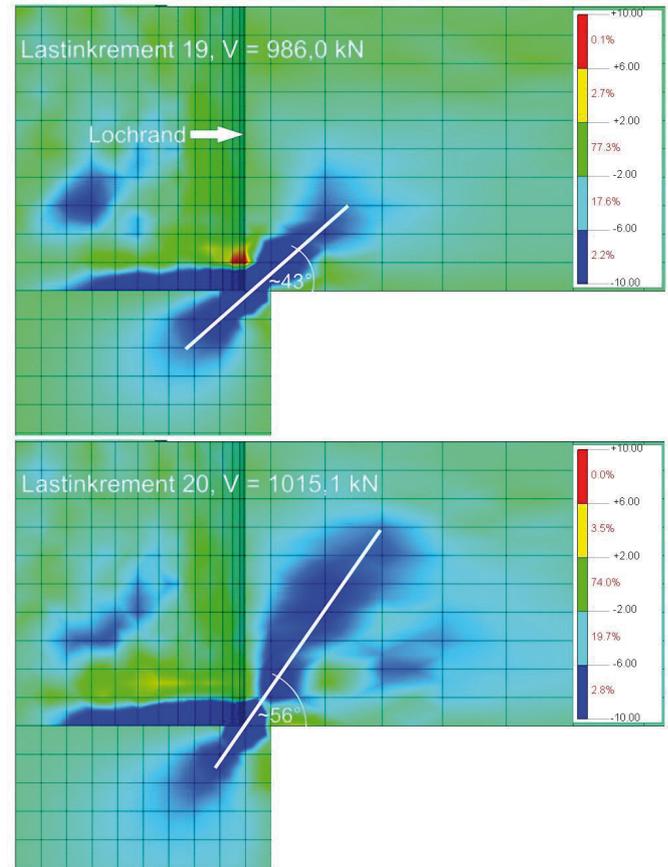


Bild 17. Druckstrebenneigung in Modell P1-H-450 (Spannungen σ_{xx} [MPa]) [9]
 Fig. 17. Inclination angle of strut in model P1-H-450 (stresses σ_{xx} [MPa]) [9]

bung des mehraxialen Druckspannungszustands an der Plattenunterseite. Die durch Rissbildung vorgeschädigten Elemente am Lochrand können dann die weit oberhalb der einaxialen Betondruckfestigkeit liegenden Druckspannungen der Vertikalkomponente und die als Schubspannungen zu übertragende Horizontalkomponente der schrägen Druckstrebe nicht mehr aufnehmen. In der Folge kommt es zu einem lokalen Versagen am Lochrand und somit zum Verlust der Tragfähigkeit des gesamten Systems, lange bevor ein Durchstanzproblem beobachtet werden kann.

Diese Beobachtungen und Schlussfolgerungen gelten für die Platten mit dem jeweils größten Lochdurchmesser. Damit stellt sich die Frage nach einer Abgrenzung zwischen dem lokalen Versagen und dem Versagen infolge Durchstanzen. Als Kriterien für eine solche Abgrenzung können die vollständige Ausbildung eines Durchstanzrisses sowie das Intaktbleiben der Elemente in der untersten Reihe am Lochrand herangezogen werden. Eine diesbezügliche Auswertung der übrigen Simulationsergebnisse zeigt, dass für die Platten *P1-H-350* bis *P1-H-100* bzw. *S2.2-H-160* bis *S2.2-H-120* das Versagen infolge Durchstanzen eintritt. Hierbei handelt es sich um die Platten, bei denen nur eine relativ geringe Abweichung von den Versagenslasten der Referenzvollplatten von $\leq 11\%$ beobachtet wurde (Tabelle 2). Diese Abweichung wurde mit dem Einfluss der ausgelagerten Bewehrung und somit durch eine nur indirekte Wirkung der Sacklöcher begründet. Bei den übrigen Platten *P1-H-450* bis *P1-H-375* bzw. *S2.2-H-200* und *S2.2-H-180*, bei denen sehr viel größere Tragfähigkeitsunterschiede festgestellt wurden, ist ein lokales Versagen am Lochrand zu beobachten. Entsprechend Tabel-

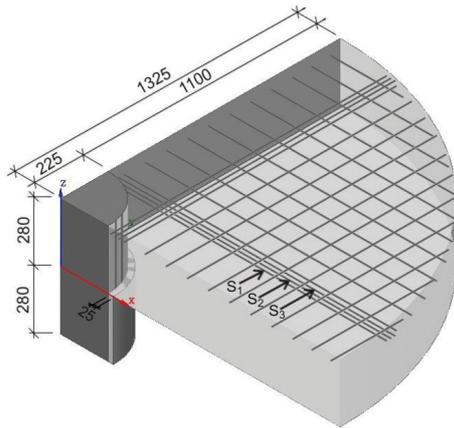


Bild 18. Geometrie des FE-Modells zu Simulation P1-C-450 [9]
 Fig. 18. Geometry of FE model used for simulation P1-C-450 [9]

gen und um bis zu 14% kleinere Versagenslasten als bei den Vollplatten (Bild 19).

Ein Vergleich mit den Platten der *D*-Serie (s. Abs. 3.5) zeigt, dass die reduzierte Tragfähigkeit der Platten aus der *C*-Serie offensichtlich auf den Einfluss der ausgelagerten Bewehrung zurückzuführen ist. Ein direkter Einfluss des Lochdurchmessers hingegen ist zunächst nicht erkennbar (Tabelle 4).

Die Betondehnungen der *C*-Serie zeigen kein einheitliches Bild. Die radialen Betonstauchungen der Platte *P1-C-450* sind während der gesamten Belastungsgeschichte kleiner als bei der Referenzvollplatte *P1*, bei Platte *S2.2-C-200* ist dies nur in den Lastinkrementen ab ca. 94% der Versagenslast der Fall. Die tangentialen Betonstauchungen sind bei beiden Platten um ca. 0,17% kleiner als bei den Referenzvollplatten. Bei beiden Platten ist jedoch die von den Vollplatten bekannte Umlagerung von den Radial- zu den Tangentialmomenten feststellbar.

Tabelle 3. Untersuchungsprogramm für die Platten der C-Serie [9]; a_i = Abstand der Bewehrungsstäbe von der Stützenmitte
 Table 3. Overview on the specimens of the C-series [9]; a_i = distance of reinforcement bars from column center

Platte	d_{col} [mm]	d_{core} [mm]	A_{col} [mm ²]	$A_{Load,red}$ [mm ²]	$A_{Load,red} / A_{col}$	a_1 [mm]	a_2 [mm]	a_3 [mm]
<i>P1-C-450</i>	500	450	196350	37306	0,19	235	255	275
<i>P1-C-425</i>	500	425	196350	54487	0,28	222,5	242,5	265,5
<i>P1-C-400</i>	500	400	196350	70686	0,36	210	230	250
<i>P1-C-375</i>	500	375	196350	85903	0,44	197,5	217,5	237,5
<i>P1-C-350</i>	500	350	196350	100138	0,51	185	205	225
<i>S2.2-C-200</i>	250	200	49087	17671	0,36	110	-	-
<i>S2.2-C-180</i>	250	180	49087	23640	0,48	100	-	-
<i>S2.2-C-160</i>	250	160	49087	28981	0,59	90	-	-

le 1 ist ein lokales Versagen somit für Verhältnisse $A_{Load,red} / A_{col} < 0,5$ gegeben, ein Durchstanzversagen für $A_{Load,red} / A_{col} \geq 0,5$.

3.4 Parameterstudie zur Lochrandstützung bei Platten mit einem Stahlkern in Plattenmitte (C-Serie)

In einem zweiten Schritt wurden die Modelle der *H*-Serie dahingehend modifiziert, dass anstelle des Sacklochs ein aus der Stütze in die Platte reichender Stahlkern angeordnet wurde (*C*-Serie, *C* = core). Ansonsten blieben die Modelle unverändert, d.h. es wurde zunächst weiterhin mit ausgelagerter Bewehrung gerechnet (Bild 18). Dem Stahlkern wurde linear-elastisches Verhalten zugewiesen, der Anschluss an den Beton erfolgte über Interfaceelemente mit *Mohr-Coulomb*-Eigenschaften ($\mu = 0,5$).

Da sich bereits bei der Betrachtung des Grenzfalls der gelenkigen Lagerung (*H*-Serie) für die Platten mit kleinen Lochdurchmessern keine nennenswerten Tragfähigkeitsunterschiede zu den Referenzvollplatten ergeben hatten, wurde das Untersuchungsprogramm für die *C*-Serie entsprechend reduziert (Tabelle 3). Analog zur *H*-Serie wurde auch hier mit einer Druckfestigkeit des Stützenbetons von $f_c = 100$ MPa gerechnet.

Die Last-Verschiebungs-Kurven für die Modelle der *C*-Serie lassen erwartungsgemäß ein steiferes Verhalten als bei der *H*-Serie erkennen, aber immer noch größere Verschiebun-

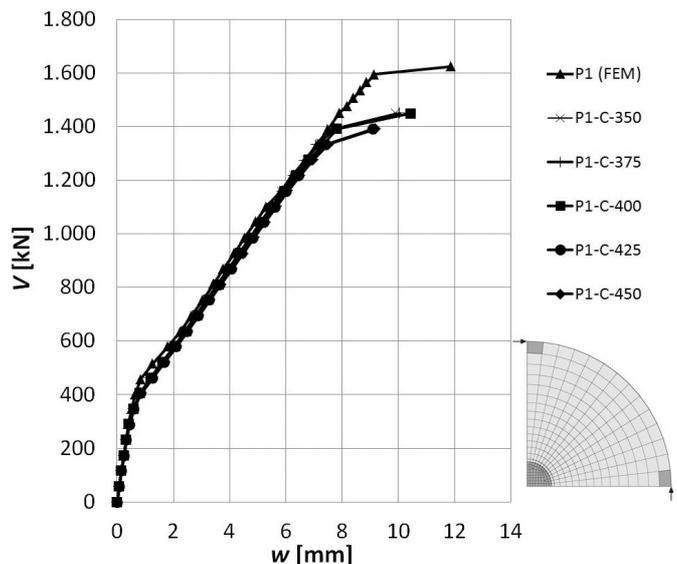


Bild 19. Last-Verformungs-Beziehungen der Reihe P1-C [9]
 Fig. 19. Load-displacement-relations of series P1-C [9]

Tabelle 4. Versagenslasten der C-Serie und der D-Serie im Vergleich [9]
 Table 4. Ultimate loads of the C-series compared to the D-series [9]

Modell	$V_{u,core}$ [kN]	$V_{u,core}/N_u$ [-]	Modell	$V_{u,disp}$ [kN]	$V_{u,disp}/N_u$ [-]	$V_{u,core}/N_{u,disp}$ [-]
P1-C-450	1392,0	0,86	P1-D-450	1450,7	0,89	0,96
P1-C-425	1392,0	0,86	P1-D-425	1450,0	0,89	0,96
P1-C-400	1448,9	0,89	P1-D-400	1479,0	0,91	0,98
P1-C-375	1450,0	0,89	P1-D-375	1450,0	0,89	1,00
P1-C-350	1449,9	0,89	P1-D-350	1478,9	0,91	0,98
S2.2-C-200	580,1	0,96	S2.2-D-200	575,9	0,95	1,01
S2.2-C-180	556,6	0,92	S2.2-D-180	585,7	0,97	0,95
S2.2-C-160	561,7	0,93	S2.2-D-160	595,8	0,98	0,94

Auf den Rissbildern beider Platten ist gegenüber der H-Serie eine vermehrte Radial- und Tangentialrissbildung zu beobachten. Insbesondere am Anschnitt und in unmittelbarer Nähe hierzu sind an der Plattenoberseite zusätzliche Tangentialrisse erkennbar. Weiter außen verlaufende Tangentialrisse breiten sich weiter aus als bei der H-Serie, reichen

aber weiterhin nicht von Symmetrieachse zu Symmetrieachse. Durchgehende Durchstanzrisse sind auch im Platteninneren nicht auszumachen.

Die Auswertung der vertikalen Betondehnungen ϵ_{zz} bestätigt, dass im Platteninneren zwar ein geneigter Schubriss vorhanden ist, dieser aber nicht in die Druckzone und bis zur Plattenoberseite reicht. An der Plattenunterseite ist wiederum der von der H-Serie bekannte Bereich großer vertikaler Zugdehnungen unmittelbar neben dem Druckring zu beobachten (Bild 20).

Auf Bild 20 ist erkennbar, dass sich die unterste Reihe Betonelemente am Lochrand gegenüber den Elementen des Stahlkerns in vertikaler Richtung (Z-Richtung) verschiebt. Dieser optische Eindruck wird durch eine Auswertung der Relativverschiebungen in den Interfaceelementen bestätigt: Mit jedem Lastinkrement steigen die Verschiebungen in Z-Richtung etwa um den Faktor 1,5 an. Im Übergang vom vorletzten zum letzten Lastschritt ist eine sprunghafte Erhöhung um den Faktor 5 – 20 zu verzeichnen.

Die Druckstrebenneigungen sind in der C-Serie deutlich flacher als bei der H-Serie, aber immer noch um bis zu ca. 4° steiler als bei den Referenzvollplatten.

Die Ergebnisse der Simulationen führen zu der Deutung, dass der Versagensmechanismus prinzipiell in ähnlicher Weise abläuft wie bei den Platten der H-Serie. Allerdings führen die Anordnung der Stahlkerne und die hiermit einhergehende Vergrößerung der radialen Steifigkeit zu einer deutlich geringeren Beeinflussung der Momentenverteilung. In der Folge stellt sich die Druckstrebenneigung zwar weiterhin steiler ein als bei den Referenzvollplatten, jedoch deutlich flacher als bei den Platten der H-Serie. Daher sind große vertikale Zugdehnungen an der Plattenunterseite erst zu einem späteren Zeitpunkt der Lastgeschichte zu beobachten. Diese führen in der bereits beschriebenen Weise zu Betonabplatzungen und damit zur Aufhebung des mehraxialen Druckspannungszustands an der Plattenunterseite. Hierdurch kommt es zum Verlust des Reibungsverbandes zwischen Beton und Stahlkern und damit zum Versagen der untersten Reihe Betonelemente am Lochrand.

Wie bei den Platten der H-Serie stellt sich die Frage nach einer Abgrenzung zwischen lokalem Versagen und Durchstanzversagen. Als Kriterium hierzu wird wiederum das Auftreten eines von der Druckzone bis zur Plattenoberfläche durchgehenden Durchstanzrisses herangezogen. Ein solcher ist bei den Platten P1-C-375 ($A_{Load,red}/A_{col} \leq 0,36$) und S2.2-C-160 ($A_{Load,red}/A_{col} \leq 0,48$) und bei allen Platten mit klei-

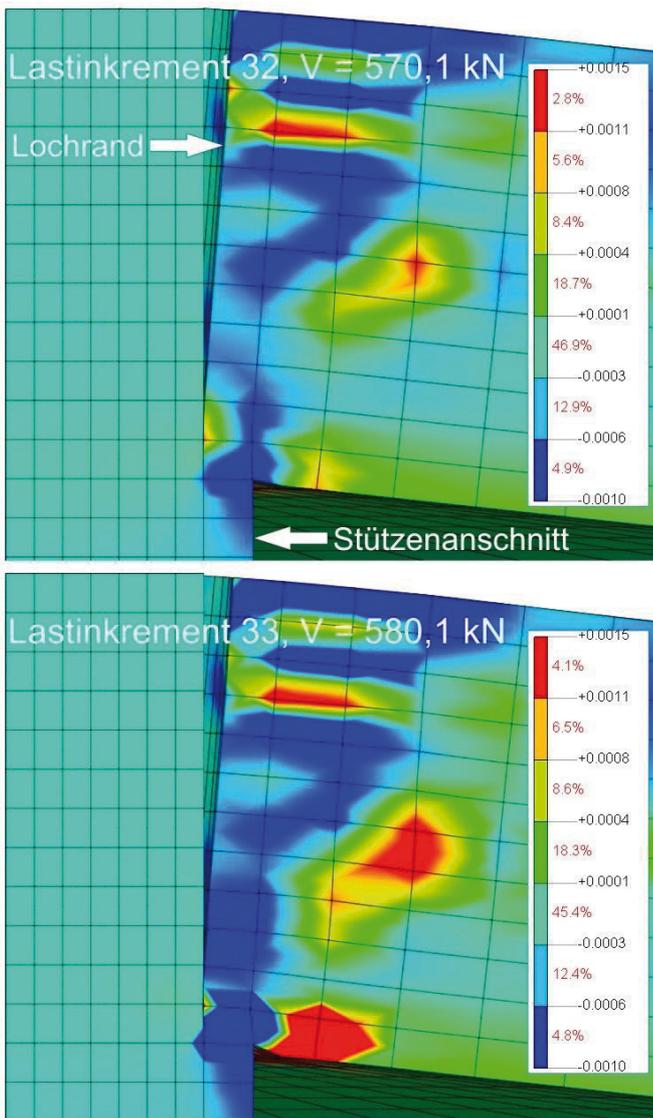


Bild 20. Vertikale Betondehnungen ϵ_{zz} , Modell S2.2-C-200 [9]
 Fig. 20. Vertical concrete strains ϵ_{zz} , model S2.2-C-200 [9]

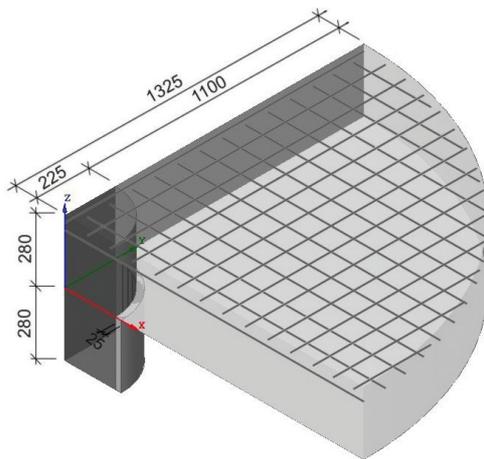


Bild 21. Geometrie des FE-Modells zu Simulation P1-F-450 [9]
 Fig. 21. Geometry of FE model used for simulation P1-F-450 [9]

nerem Kerndurchmesser zu beobachten. Ein einheitlicher Grenzwert für den Übergang vom lokalen zum Durchstanzversagen kann für die *C*-Serie somit nicht angegeben werden. Dies erscheint vor dem Hintergrund nur gering schwankender Versagenslasten in dieser Reihe aber auch nicht zwingend erforderlich (Tabelle 4).

Weiterhin erscheint die Fragestellung von Interesse, ob durch eine entsprechende Konditionierung der Kontaktfläche zwischen Plattenbeton und Kern höhere Versagenslasten erzielt werden können. Hierzu ist zunächst festzuhalten, dass ein Reibungsverbund zwischen Plattenbeton und Kern nur auf ca. dem unteren Sechstel der Plattenhöhe aktiviert werden kann, weil sich die darüber liegenden Bereiche vom Kern ablösen und somit nicht an der Lasteinleitung beteiligt sind (Bild 20). Eine am Modell *P1-C-450* durchgeführte Parameterstudie mit einem erhöhten Reibungskoeffizienten von $\mu = 1,0$ und einer zusätzlich aufgebrachten Haftreibung von $c = 100$ MPa lassen keinen signifikanten Einfluss auf das Tragverhalten und die Versagenslasten erkennen. Dies führt zu der Einschätzung, dass die Ausbildung der Kontaktfuge von untergeordneter Bedeutung ist und gegenüber dem Einfluss des Kerndurchmesser bzw. der Lasteinleitungsflächen-größe vernachlässigt werden kann. Zur genauen Abklärung dieses Sachverhalts sind jedoch Simulationen mit einer genaueren Diskretisierung der Kontaktfuge erforderlich.

3.5 Parameterstudie zur Lochrandstützung bei Platten mit einem Stahlkern in Plattenmitte und daran fixierter Längsbewehrung (F-Serie)

Mit der dritten Parameterstudie sollten Konstruktionsarten simuliert werden, bei denen die Längsbewehrung nicht ausgelagert, sondern durch den Kern durchgesteckt (s. z.B. Bild 3) oder an diesem mittels Schweißverbindung oder einbetonierten Gewindemuffen befestigt wird. Zu diesem Zweck wurde die Bewehrung gegenüber der *C*-Serie in ihre ursprüngliche Position (wie bei den Referenzvollplatten) zurückgeschoben und an die auf den Symmetrieachsen liegenden Knoten der Kernelemente fest angeschlossen (Bild 21). Ansonsten blieben die Modelle und das Untersuchungsprogramm gegenüber der *C*-Serie unverändert.

Die Last-Verformungs-Beziehungen zeigen ein gegenüber den Referenzvollplatten steiferes Verhalten der *F*-Serie (Bild 22). Vergleichsrechnungen mit Betonkernen anstelle der

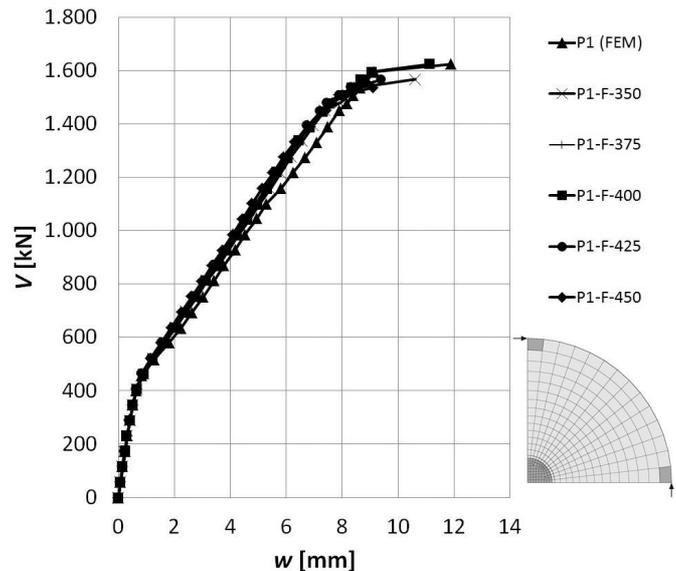


Bild 22. Last-Verformungs-Beziehungen der Reihe P1-F [9]
 Fig. 22. Load-displacement-relations of series P1-F [9]

Tabelle 5. Versagenslasten der F-Serie [9]
 Table 5. Ultimate loads of the F-series [9]

Modell	$V_{u, fixed}$ [kN]	$V_{u, fixed} / N_u$ [-]
<i>P1-F-450</i>	1535,8	0,95
<i>P1-F-425</i>	1566,0	0,96
<i>P1-F-400</i>	1624,1	1,00
<i>P1-F-375</i>	1537,0	0,95
<i>P1-F-350</i>	1566,9	0,96
<i>S2.2-F-200</i>	610,0	1,01
<i>S2.2-F-180</i>	615,2	1,02
<i>S2.2-F-160</i>	590,3	0,97

Stahlkerne zeigen, dass dieser Effekt auf den höheren Elastizitätsmodul der Stahlkerne zurückzuführen ist. Bei den Simulationen mit Betonkernen wurden zu den Vollplatten weitgehend identische Last-Verformungs-Kurven ermittelt. Die Versagenslasten der *F*-Serie weichen nur geringfügig von denen der Referenzvollplatten ab (Tabelle 5).

Die ermittelten Betondehnungen bestätigen den Einfluss des Stahlkerns auf die radiale Steifigkeit der Platte. Während annähernd gleiche oder geringfügig kleinere tangentielle Betondehnungen festzustellen sind, sind die radialen Betondehnungen deutlich größer als bei den Referenzvollplatten (Bild 25). Bei den vergleichend untersuchten Modellen mit Betonkernen wurden zu den Vollplatten identische Betondehnungen ermittelt.

In Hinblick auf die Rissbilder, die Ausbildung von durchgehenden Durchstanzrissen, die Druckstrebenneigungen und den Versagensmechanismus konnten bei den Platten der *F*-Serie keine signifikanten Unterschiede zu den Referenzvollplatten festgestellt werden. Alle Platten der *F*-Serie verhielten sich wie die Referenzvollplatten und versagten aufgrund eines Durchstanzproblems.

4 Bemessungsvorschläge

Da für die in den Abs. 3.2 bis 3.5 untersuchten Konstruktionsarten sehr stark voneinander abweichende Versagenslasten

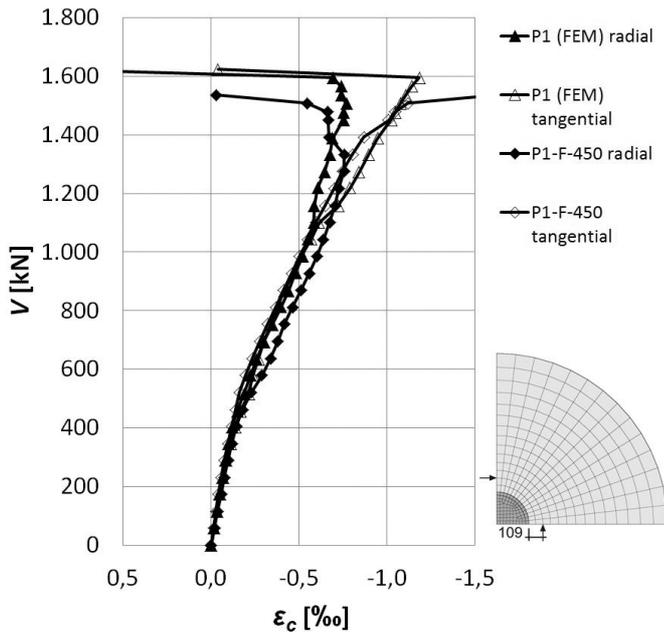


Bild 23. Betondehnungen der Simulation P1-F-450 im Vergleich zur Referenzvollplatte P1 [9]
Fig. 23. Concrete strains of simulation P1-F-450 compared to simulation P1 [9]

und Versagensmechanismen ermittelt wurden, werden nachfolgend getrennte Bemessungsvorschläge für die Platten der H-, C- und F-Serie angegeben. Alle Bemessungsvorschläge basieren auf der *Critical Shear Crack Theory* (CSCT, „Theorie der kritischen Schubrissbreite“) von *Muttoni* [43]. Bei diesem bruchmechanischem Modell wird als Kriterium für das Durchstanzversagen normal punktgestützter Platten ohne Durchstanzbewehrung das Erreichen einer kritischen Schubrissbreite angesehen, die von der Plattenrotation abhängig ist. Die Plattenrotation beim Versagen wird auf iterativem Weg durch einen Vergleich des Versagenskriteriums mit der Last-Rotations-Beziehung der betrachteten Platte bestimmt.

Wie aus den Bildern 14, 19 und 22 ersichtlich, beeinflusst die Loch- bzw. Kernausbildung zwar die Last-Verformungs-Beziehungen der Platten, dieser Einfluss ist jedoch verhältnismäßig gering. Aus diesem Grund wird vorgeschlagen, für alle Plattentypen den von *Muttoni* angegebenen, quadrilinearen Ansatz zur Ermittlung der Last-Rotations-Beziehung für Vollplatten zu verwenden (siehe [43]) und die Erweiterung der CSCT auf lochrandgestützte Platten über eine Anpassung des Versagenskriteriums vorzunehmen.

4.1 Lochrandgestützte Platten mit einem Sackloch in Plattenmitte (H-Serie)

Wie aus Bild 24 ersichtlich, lässt sich der Zusammenhang zwischen den Verhältnissen $A_{Load,red}/A_{col}$ und $V_{u,hole}/V_u$ über ein Polynom dritten Grades zutreffend beschreiben (gestrichelte Linie). Eine gute Approximation dieses Polynoms lässt sich durch einen vereinfachten, bilinearen Ansatz erreichen (Bild 24, durchgezogene Linie).

Entsprechend dem bei den Simulationen ermittelten Verhältnis für den Übergang vom lokalen zum Durchstanzversagen bietet es sich an, den Wechsel zwischen den beiden Kurven bei $A_{Load,red}/A_{col} = 0,5$ vorzunehmen. Für die auf Bild 24 dargestellten Kurven ergibt sich auf diese Weise

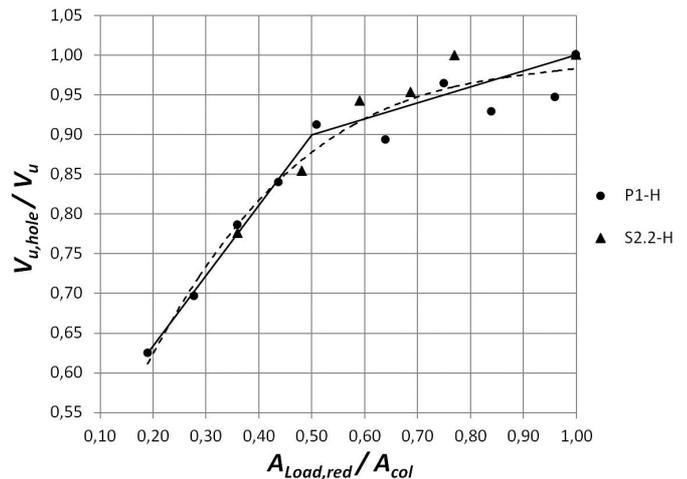


Bild 24. Kubischer (gestrichelt) und bilinearer (durchgezogen) Zusammenhang zwischen reduzierter Lasteinleitungsfläche und Versagenslast bei den Platten der H-Serie [9]
Fig. 24. Cubic (dashed) and bi-linear (continuous) relation between reduced load application areas and failure loads of the H-series [9]

$$k_{hole} = \frac{V_{u,hole}}{V_u} = \begin{cases} 0 & \text{für } \frac{A_{Load,red}}{A_{col}} < 0,19 \\ 0,9 \frac{A_{Load,red}}{A_{col}} + 0,45 & \text{für } 0,19 \leq \frac{A_{Load,red}}{A_{col}} < 0,5 \\ 0,2 \frac{A_{Load,red}}{A_{col}} + 0,8 & \text{für } 0,5 \leq \frac{A_{Load,red}}{A_{col}} \leq 1,0 \end{cases} \quad (1)$$

Der Gültigkeitsbereich wurde auf Verhältnisse $A_{Load,red}/A_{col} \geq 0,19$ beschränkt, da kleinere Verhältnisse in den FEM-Simulationen nicht untersucht wurden.

Unter Verwendung des in [43] angegebenen Versagenskriteriums für normal punktgestützte Platten ergibt sich für lochrandgestützte Platten mit einem Sackloch in Plattenmitte

$$V_{u,hole,col} = k_{hole} \cdot \frac{0,75 \cdot u \cdot d \cdot \sqrt{f_c}}{1 + 15 \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g}} \quad [\text{N, mm}] \quad (2)$$

Darin sind u der Umfang des kritischen Rundschnitts im Abstand $d/2$ vom Stützenrand, d die statische Nutzhöhe, f_c die Betonzylinderdruckfestigkeit, ψ die Plattenrotation, d_{g0} ein Bezugskorndurchmesser mit $d_{g0} = 16$ mm und d_g der Größtkorndurchmesser.

Die Nachrechnung der Simulationsergebnisse mit dem Versagenskriterium (2) und der quadrilinearen Last-Rotations-Beziehung von *Muttoni* [43] unter Verwendung der mittleren Betondruckfestigkeiten f_c ergab eine zufriedenstellende Prognosegüte mit einem Mittelwert von 0,98 und einer Standardabweichung von nur 0,09. Bei der Ermittlung der charakteristischen Bauteilwiderstände unter Ansatz der charakteristischen Betondruckfestigkeiten f_{ck} ergibt sich ein Mittelwert von $x_m = 1,13$ bei einer Standardabweichung von 0,09 und einem 5%-Quantilwert von $x_{5\%} = 0,99$ (Tabelle 6).

Damit liegt die ermittelte Sicherheit zwar knapp unter dem nach DIN EN 1990 (Eurocode 0 [44]) geforderten Niveau, sie entspricht aber dem mit den in DIN EN 1992-1-1 [14] und im deutschem nationalen Anhang [15] enthaltenen Formulierungen für Vollplatten ermittelten Sicherheitsniveau [45]. Die Anwendung des Faktors k_{hole} auf die in Eurocode 2 ange-

Tabelle 6. Vergleich der rechnerischen Versagenslasten nach Gl. (2) unter Ansatz von f_{ck} mit den Ergebnissen der FEM-Simulationen [9]
 Table 6. With f_{ck} calculated ultimate loads according to eq. (2) compared to the simulation results of the H-series [9]

Platte	$V_{u,hole}$ [kN]	$V_{u,hole,cal2,k}$ [kN]	$V_{u,hole}/$ $V_{u,hole,cal2,k}$	Anzahl n	Mittelwert \bar{x}_m	Standardabw. σ_x	5%-Quantil $x_{5\%}$
S2.2-H-200	470,2	476,9	0,99	6	1,03	0,04	0,97
S2.2-H-180	517,6	528,0	0,98				
S2.2-H-160	571,2	543,7	1,05				
S2.2-H-140	577,9	552,3	1,05				
S2.2-H-120	605,8	559,7	1,08				
S2.2	606,1	580,0	1,05				
P1-H-450	1015,1	913,2	1,11	10	1,18	0,04	1,11
P1-H-425	1131,0	1001,6	1,13				
P1-H-400	1276,0	1081,7	1,18				
P1-H-375	1363,8	1154,4	1,18				
P1-H-350	1481,0	1213,4	1,22				
P1-H-300	1450,0	1239,3	1,17				
P1-H-250	1566,0	1261,0	1,24				
P1-H-200	1508,1	1278,5	1,18				
P1-H-100	1537,0	1301,8	1,18				
P1	1623,9	1309,5	1,24				
Σ				16	1,13	0,09	0,99

gebenen Ansätze führt auf ein deutlich niedrigeres Sicherheitsniveau mit einem Mittelwert von 1,02, einer Standardabweichung von 0,09 und einem 5%-Quantilwert von 0,88.

4.2 Lochrandgestützte Platten mit einem Stahlkern in Plattenmitte (C-Serie)

Bei den Platten der C-Serie wurde in den FEM-Simulationen festgestellt, dass die Versagenslasten nicht unmittelbar von der Kerngröße abhängen, sondern von der mit der Anordnung eines Kerns verbundenen Auslagerung der Bewehrung. Da zudem eine Beeinflussung der Versagensart vom Kerndurchmesser erkennbar ist, wird analog zu den Platten der H-Serie vorgeschlagen, das Versagenskriterium von *Muttoni* in Abhängigkeit vom Verhältnis $A_{Load,red}/A_{col}$ zu modifizieren. Wie in Bild 25 dargestellt, lässt sich der Zusammenhang zwischen den Verhältnissen $A_{Load,red}/A_{col}$ und $V_{u,core}/V_u$ durch einen linearen Ansatz in zufriedenstellender Weise annähern.

Unter Begrenzung des Gültigkeitsbereichs auf Verhältnisse $A_{Load,red}/A_{col} \geq 0,19$ ergibt sich:

$$k_{core} = \frac{V_{u,core}}{V_u} = \begin{cases} 0 & \text{für } \frac{A_{Load,red}}{A_{col}} < 0,19 \\ 0,17 \frac{A_{Load,red}}{A_{col}} + 0,83 & \text{für } 0,19 \leq \frac{A_{Load,red}}{A_{col}} \leq 1,00 \end{cases} \quad (3)$$

Durch die Verwendung eines linearen Ansatzes über den gesamten Gültigkeitsbereich wird ein gleitender Übergang zwischen lokalem und Durchstanzversagen erreicht. Damit ist es für die Bemessung irrelevant, dass bei den FEM-Simulationen kein einheitliches Verhältnis $A_{Load,red}/A_{col}$ zur Abgrenzung zwischen lokalem und Durchstanzversagen gefunden werden konnte. Als Versagenskriterium für lochrandgestützte Platten mit einem Stahlkern in Plattenmitte ergibt sich somit:

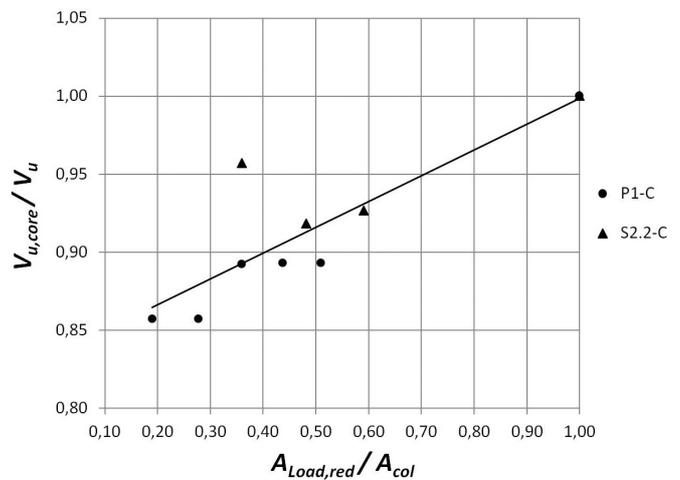


Bild 25. Linearer Zusammenhang zwischen reduzierter Lasteinleitungsfläche und Versagenslast bei den Platten der C-Serie [9]
 Fig. 25. Linear relation between reduced load application areas and failure loads of the C-series [9]

$$V_{u,core,cal} = k_{core} \cdot \frac{0,75 \cdot u \cdot d \cdot \sqrt{f_c}}{1 + 15 \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g}} \quad [\text{N, mm}] \quad (4)$$

Die Nachrechnung der Simulationsergebnisse mit diesem Ansatz ergibt ähnlich gute Resultate wie bei den Platten der H-Serie mit einem Mittelwert von 0,99 und einer Standardabweichung von 0,09. Die Ermittlung der Bauteilwiderstände unter Ansatz der charakteristischen Betondruckfestigkeit zeigt, dass das angestrebte Sicherheitsniveau mit Gl. (4) erreicht wird (Tabelle 7).

Eine Vergleichsrechnung mit den EC2-Ansätzen für die Durchstanzbemessung unter Verwendung des Faktors k_{core} führt erneut auf schlechtere Werte mit einem Mittelwert von

Tabelle 7. Vergleich der rechnerischen Versagenslasten nach Gl. (4) unter Ansatz von f_{ck} mit den Ergebnissen der FEM-Simulationen [9]
 Table 7. With f_{ck} calculated ultimate loads according to eq. (4) compared to the simulation results of the C-series [9]

Platte	$V_{u,core}$ [kN]	$V_{u,core,cal,k}$ [kN]	$V_{u,core} /$ $V_{u,core,cal,k}$	Anzahl n	Mittelwert x_m	Standardabw. σ_x	5%-Quantil $x_{5\%}$
S2.2-C-200	580,1	531,5	1,09	4	1,05	0,03	1,00
S2.2-C-180	556,6	540,9	1,03				
S2.2-C-160	561,7	549,2	1,02				
S2.2	606,1	580,0	1,05				
P1-C-450	1392,0	1173,3	1,19	6	1,20	0,02	1,16
P1-C-425	1392,0	1188,4	1,17				
P1-C-400	1448,9	1202,6	1,20				
P1-C-375	1450,0	1215,8	1,19				
P1-C-350	1449,9	1228,1	1,18				
P1	1623,9	1309,5	1,24				
Σ				10	1,14	0,08	1,00

Tabelle 8. Vergleich der rechnerischen Versagenslasten nach Gl. (5) unter Ansatz von f_{ck} mit den Ergebnissen der FEM-Simulationen [9]
 Table 8. With f_{ck} calculated ultimate loads according to eq. (5) compared to the simulation results of the F-series [9]

Platte	$V_{u,fixed}$ [kN]	$V_{u,fixed,cal,k}$ [kN]	$V_{u,fixed} /$ $V_{u,fixed,cal,k}$	Anzahl n	Mittelwert x_m	Standardabw. σ_x	5%-Quantil $x_{5\%}$
S2.2-F-200	610,0	580,0	1,05	4	1,04	0,02	1,01
S2.2-F-180	615,2	580,0	1,06				
S2.2-F-160	590,3	580,0	1,02				
S2.2	606,1	580,0	1,05				
P1-F-450	1535,8	1309,5	1,17	6	1,20	0,03	1,15
P1-F-425	1566,0	1309,5	1,20				
P1-F-400	1624,1	1309,5	1,24				
P1-F-375	1537,0	1309,5	1,17				
P1-F-350	1566,9	1309,5	1,20				
P1	1623,9	1309,5	1,24				
Σ				10	1,14	0,09	1,00

1,02, einer Standardabweichung von 0,08 und einem 5%-Quantilwert von 0,88.

4.3 Lochrandgestützte Platten mit einem Stahlkern in Plattenmitte und daran fixierter Längsbewehrung (F-Serie)

Da für die Platten der F-Serie bei den Simulationen hinsichtlich des Tragverhaltens und der Versagenslasten keine signifikanten Unterschiede zu den Referenzvollplatten festgestellt wurden, wird vorgeschlagen, diese Platten rechnerisch wie Vollplatten zu behandeln. D.h. die rechnerische Bestimmung der Versagenslasten erfolgt mit dem unmodifizierten Versagenskriterium von *Muttoni*:

$$V_{u,fixed,cal} = \frac{0,75 \cdot u \cdot d \cdot \sqrt{f_c}}{1 + 15 \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g}} \quad [\text{N, mm}] \quad (5)$$

Die auf diese Weise bestimmten Versagenslasten bewegen sich hinsichtlich der Prognosegüte auf dem gleichen Niveau wie bei der H- und C-Serie (Mittelwert 0,99, Standardabweichung 0,10).

Dies gilt auch für die charakteristischen Bauteilwiderstände (Tabelle 8). Somit spricht auf Grundlage der Simulationsergebnisse nichts gegen eine rechnerische Handhabung lochrandgestützter Platten mit einem Kern in Plattenmitte und daran angeschlossener Längsbewehrung als Vollplatten.

Die nach Eurocode 2 bestimmten Versagenslasten unterschreiten das Sicherheitsniveau der CSCT erneut deutlich mit einem Mittelwert von 1,0, einer Standardabweichung von 0,10 und einem 5%-Quantilwert von 0,86.

5 Zusammenfassung und Ausblick

Während das Durchstantragverhalten normal punktgestützter Platten in den vergangenen Jahrzehnten intensiv erforscht wurde, liegen zum Durchstantragverhalten lochrandgestützter Platten nur wenige Forschungsergebnisse vor. Die hauptsächlich im Zusammenhang mit dem Hubdeckenverfahren vorgelegten Arbeiten lassen einen großen Einfluss der radialen Steifigkeit am Lochrand auf das Tragverhalten und die Versagenslasten erkennen. Eine Übertra-

gung der Ergebnisse auf die hier im Blickpunkt stehenden Konstruktionsarten wie Verbundstützen mit durchlaufendem Einstellprofil oder Schleuderbetonstützen mit angeformtem Kern erscheint fragwürdig, da sich diese im Hinblick auf das Verhältnis $V_{E,k} / A_{Load}$ deutlich von den Hubdeckenkonstruktionen unterscheiden.

Um diesen Sachverhalt zu untersuchen, wurde ein Konzept für FEM-Simulationen von Durchstanzproblemen mit der Software *DIANA* erstellt. Dieses wurde anhand zweier Versuche an auf kreisrunden Innenstützen normal punktgestützten Platten ohne Durchstanzbewehrung aus der Literatur validiert. Dabei konnte hinsichtlich der Last-Verformungs-Beziehungen, der Betondehnungen, der Rissbilder und der Versagenslasten eine gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen erzielt werden. Der in den FEM-Simulationen festgestellte Versagensmechanismus deckt sich mit den bei Versuchen gemachten Beobachtungen. Aufbauend auf den validierten FEM-Modellen wurden insgesamt drei Parameterstudien durchgeführt, bei denen der Grad der radialen Steifigkeit schrittweise erhöht wurde. Innerhalb dieser Serien wurde jeweils die Größe der Lasteinleitungsfläche variiert.

Bei den Platten der *H*-Serie (mit einem kreisrunden Sackloch in Plattenmitte und daneben ausgelagerter Bewehrung) wurde bis zu einem Verhältnis $A_{Load,red} / A_{col} < 0,5$ ein lokales Versagen am Lochrand als Versagensursache festgestellt. Die Tragfähigkeit dieser Platten reduziert sich im ungünstigsten Fall auf 63% der Durchstanztraglast der entsprechenden Referenzvollplatte. Die Ursache für die geringere Tragfähigkeit ist im frühzeitigen Auftreten vertikaler Zugdehnungen an der Plattenunterseite neben dem Druckring zu sehen. Dieses ist offensichtlich auf die in den Simulationen festgestellte, sehr viel steilere Druckstrebenneigung zurückzuführen, die Folge einer Umlagerung von den Radial- zu den Tangentialmomenten ist. Bei den Platten mit $A_{Load,red} / A_{col} \geq 0,5$ wurde ein Durchstanzversagen als Bruchursache ausgemacht. Die Reduzierung der Tragfähigkeit dieser Platten um bis zu 11% ist im Wesentlichen auf die Auslagerung der Bewehrung neben die Sacklöcher zurückzuführen.

Bei den Platten der *C*-Serie (mit einem kreisrunden Stahlkern in Plattenmitte und daneben ausgelagerter Bewehrung) wurde eine Reduzierung der Versagenslasten um bis zu 14% festgestellt. Die Simulationen lassen auch hier für die Platten mit großen Kerndurchmessern ein lokales Versagen am Lochrand und für die Platten mit kleinem Kerndurchmesser ein Durchstanzversagen erkennen. Ein einheitlicher Grenzwert für den Übergang vom lokalen zum Durchstanzversagen kann für die Platten der *C*-Serie nicht angegeben werden, da dieser in den beiden untersuchten Reihen bei unterschiedlichen Verhältnissen $A_{Load,red} / A_{col}$ erfolgt. Als Ursache für das lokale Versagen sind die bei der *H*-Serie beschriebenen Beobachtungen zu nennen, allerdings sind die Abweichungen von den Referenzvollplatten aufgrund der höheren radialen Steifigkeit geringer ausgeprägt.

Die Platten der *F*-Serie (mit einem kreisrunden Stahlkern in Plattenmitte und daran fixierter Bewehrung) verhielten sich in der Simulation in Hinblick auf die Last-Verformungs-Beziehungen, die Betondehnungen, die Rissbilder, die Versagensart und die Versagenslasten weitgehend wie die entsprechenden Referenzvollplatten. Die festgestellten Tragfähigkeitsunterschiede von $\leq 5\%$ können auf geringfügig

voneinander abweichende Vernetzungen und Bewehrungslagen in der Simulation zurückgeführt werden.

Hervorzuheben ist, dass für die FEM-Simulationen die Druckfestigkeit des Stützenbetons gegenüber den Versuchen jeweils auf 100 MPa erhöht werden musste, um ein frühzeitiges Stützenversagen im Lasteinleitungsbereich auszuschließen. Eine Übertragung der Simulationsergebnisse auf normalfeste Stützen ist somit nicht möglich.

Für die drei mit der FE-Methode untersuchten Versuchsreihen werden jeweils verschiedene Bemessungsvorschläge angegeben, die auf der *Critical Shear Crack Theory* (CSCT, „Theorie der kritischen Schubrissbreite“) von *Muttoni* basieren. Die Anpassung auf die Lochrandstützung erfolgt jeweils durch eine Modifizierung des Versagenskriteriums in Abhängigkeit vom Verhältnis $A_{Load,red} / A_{col}$. Mit den vorgestellten Bemessungsvorschlägen konnte eine zufriedenstellende Prognosegüte mit annähernd gleichen Mittelwerten um 0,99 und Standardabweichungen um 0,09 erzielt werden. Die mit den charakteristischen Betondruckfestigkeiten ermittelten Bauteilwiderstände erreichen mit Mittelwerten um 1,14, Standardabweichungen um 0,09 und 5%-Quantilwerten um 1,00 das angestrebte Sicherheitsniveau. Alternative Bemessungsvorschläge auf Grundlage des Eurocode 2 führen zu deutlich schlechteren Ergebnissen.

Die präsentierten Untersuchungsergebnisse und die hieraus abgeleiteten Bemessungsvorschläge basieren ausschließlich auf FEM-Simulationen und müssen in einem zweiten Schritt zwingend durch Bauteilversuche bestätigt werden. Mit weiteren FEM-Simulationen oder Versuchen sollten die Einflüsse rechteckiger Kerne bzw. Löcher sowie rechteckiger Stützen auf das Tragverhalten ebenso geklärt werden wie der Einfluss der Stützenlage. Wünschenswert sind außerdem weitere Untersuchungen in Hinblick auf Stützen mit großen Querschnitten (Stützendurchmesser ca. 90 – 100 cm) und mit Megaquerschnitten (Stützendurchmesser ca. 200 – 300 cm), wie sie im Hochhausbau ausgeführt werden. In diesem Zusammenhang scheint eine nähere Betrachtung des Einflusses von unvollständigem Verbund zwischen Längsbewehrung und Plattenbeton im Kernbereich auf die radiale Steifigkeit interessant. In Hinblick auf die Praxis ist eine Ausdehnung der bisherigen Untersuchungen auf Platten mit Durchstanzbewehrung zwingend geboten. Da bei den bislang untersuchten Platten ohne Durchstanzbewehrung für sehr kleine Lasteinleitungsflächen ein lokales Versagen als Bruchursache festgestellt wurde, sind hier sehr viel deutlichere Tragfähigkeitsunterschiede zwischen lochrandgestützten Platten und Vollplatten zu erwarten.

Literatur

- [1] *Welsch, T., Held, M.*: Zur Geschichte der Stahlbetonflachdecke. Beton- und Stahlbetonbau 107, 2012, S. 106–116.
- [2] *Hanswille, G.*: Neue Entwicklungen im Verbundbau. In: Bauen mit Stahl e.V. (Hg.): Dokumentation 661: Vorträge der Vortragsreihen I – IV des Deutschen Stahlbautages in Berlin 2004.
- [3] *Held M., König, G.*: Hochfester Beton bis B125 – Ein geeigneter Baustoff für hochbelastete Druckglieder. Beton- und Stahlbetonbau 87, 1992, S. 41–45 bzw. 74–76.
- [4] *Weiske, R.*: Durchleitung hoher Stützenlasten bei Stahlbetonflachdecken; Dissertation; TU Braunschweig, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz. Braunschweig, 2004.

- [5] Tue, N. V., Dietz, J., Shah, A. A.: Vorschlag für die Bemessung der Deckenknoten mit Stützen aus hochfestem Beton. Beton- und Stahlbetonbau 100, 2005, S. 132–138.
- [6] Cyllok, M.: Bemessung der Lastdurchleitung hochfester Stahlbetonstützen durch normalfeste Flachdecken nach EN 1992–1–1. Beton- und Stahlbetonbau 106, 2011, S. 672–684.
- [7] Guidotti, R.: Poinçonnement des planchers-dalles avec colonnes superposées fortement sollicitées; Dissertation; École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Laboratoire de construction en béton. Lausanne, 2010.
- [8] Guidotti, R., Ruiz, M. F., Muttoni, A.: Durchstanzen von Flachdecken bei hohen Stützenlasten. Beton- und Stahlbetonbau 105, 2010, S. 19–26.
- [9] Welsch, T.: Zur Durchstanztragfähigkeit lochrandgestützter Platten mit kleiner Lasteinleitungsfläche; Dissertation; Bergische Universität Wuppertal, Lehr- und Forschungsgebiet Massivbau & Tragkonstruktionen. Wuppertal, 2013, noch unveröffentlicht.
- [10] Rinnhofer, G., Burtscher, S. L., Kollegger, J.: Berechnung von Stützen-Deckenknoten für Schleuderbetonstützen. Beton- und Stahlbetonbau 104, 2009, S. 599–608.
- [11] Deutsches Institut für Normung e. V.: DIN 1045–1: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton – Teil 1: Bemessung und Konstruktion. Berlin: Beuth Verlag, August 2008.
- [12] Deutsches Institut für Normung e. V.: Normenausschuss Bauwesen (NABau) – Auslegungen zu DIN 1045–1, Ausgabe 08/2008. http://www.nabau.din.de/sixcms_upload/media/2377/12_05_2009_Internet-Auslegungen_DIN_1045-1.pdf, Abrufdatum 08.06.2010.
- [13] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb) (Hg.): Heft 525. Erläuterungen zu DIN 1045–1, 2. Aufl. Berlin: Beuth, 2010.
- [14] Deutsches Institut für Normung e. V.: DIN EN 1992–1–1: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1–1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1992–1–1:2004 + AC:2010. Berlin: Beuth Verlag, Januar 2011.
- [15] Deutsches Institut für Normung e. V.: DIN EN 1992–1–1/NA: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1–1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Berlin: Beuth Verlag, Januar 2011.
- [16] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb) (Hg.): Heft 600. Erläuterungen zu DIN EN 1992–1–1 und DIN EN 1992–1–1/NA (Eurocode 2), Berlin: Beuth, 2012.
- [17] American Concrete Institute, ACI Committee 318: ACI 318–08: Building Code Requirements for Structural Concrete. Farmington Hills, MI: ACI, 2008.
- [18] Standards Australia: AS 3600–2009: Concrete structures. Sydney: Standards Australia, 2009.
- [19] Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein: SIA 262: Betonbau. Zürich: SIA, 2003.
- [20] fédération internationale du béton (fib): Model Code 2010. first complete draft; Volume 2. Lausanne: International Federation for Structural Concrete, 2010.
- [21] Deutsches Institut für Normung e. V.: DIN 1045: Beton und Stahlbeton, Bemessung und Ausführung. Berlin: Beuth Verlag, Juli 1988.
- [22] Kordina, K., Nölting, D.: Tragfähigkeit durchstanzgefährdeter Stahlbetonplatten. - Entwicklung von Bemessungsvorschlägen -. In: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb) (Hg.): Heft 371. Berlin: Ernst & Sohn, 1986.
- [23] Beutel, R.: Durchstanzen schubbewehrter Flachdecken im Bereich von Innenstützen; Dissertation; RWTH Aachen, Institut für Massivbau. Aachen, 2003.
- [24] Scordelis, A. C., Lin, T. Y., May, H. R.: Shearing strength of reinforced and prestressed concrete lift slabs. ACI Journal Proceedings 55, 1958, S. 485–506.
- [25] Andersson, J. L.: Genomstansning av Lift Slabs (Punching of Lift Slabs). Nordisk Betong, 1963, S. 229–252.
- [26] Andersson, J. L.: Dimensionering av Lift Slabs med hänsyn till genomstansning (Design of Lift Slabs with Reference to Punching). Nordisk Betong, 1964, S. 27–54.
- [27] Tasker, H. E., Wyatt, K. J.: Shear in Flat-plate Construction under Uniform Loading. Sydney: Commonwealth Experimental Building Station, 1963.
- [28] Boll, K.: Das Hubdeckenverfahren und andere moderne Herstellungsmethoden beim Neubau der Pädagogischen Hochschule und Staatlichen Sportschule in Ludwigsburg. Beton, 1966, S. 19 – 26 und 67 – 76.
- [29] Stiglat, K., Steiner, J.: Durchstanzen von mit Dübelleisten verstärkten Flachdecken, die auf Stahlstützen aufliegen. Beton- und Stahlbetonbau, 1980, S. 239–246.
- [30] Reyer, E.: Lochrandgestützte Platten – Flachdecken. Konstruktionen, Berechnungswege, Tabellen. Berlin/München/Düsseldorf: Wilhelm Ernst & Sohn, 1980.
- [31] Gerber, L. L., Burns, N. H.: Ultimate Strength Tests of post-tensioned Flat Plates. PCI Journal, 1971, S. 40–58.
- [32] Marinkovic, S. B., Alendar, V. H.: Punching failure mechanism at edge columns of post-tensioned lift slabs. Engineering Structures 30, 2008, S. 2752–2761.
- [33] Leonhardt, F., Mönnig, E.: Vorlesungen über Massivbau. Teil 2: Sonderfälle der Bemessung im Stahlbetonbau, 3. Berlin [u.a.]: Springer, 1986.
- [34] TNO DIANA BV: DIANA Finite Element Analysis 9.4.4. Delft, The Netherlands, 2012.
- [35] MIDAS Information Technology Co., Ltd.: MIDAS FX+ FOR DIANA 3.1.0. Seoul, Republik Korea, 2012.
- [36] Kinnunen, S.: Punching of structural concrete slabs. Technical report. Lausanne, Switzerland: International Federation for Structural Concrete, 2001.
- [37] Staller, M. A.: Analytische und numerische Untersuchungen des Durchstanztragverhaltens punktgestützter Stahlbetonplatten. In: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb) (Hg.): Heft 515. Berlin: Beuth, 2001.
- [38] Schaeidt, W., Ladner, M., Rösli, A.: Berechnung von Flachdecken auf Durchstanzen. Düsseldorf: Beton-Verlag-GmbH, 1970.
- [39] Ladner, M.: Einfluß der Maßstabsgröße bei Durchstanzversuchen. Material und Technik, 1973, S. 60–68.
- [40] Tolf, P.: Plattjocklekens inverkan på betongplattors hållfasthet vid genomstansning. Försök med cirkulär plattor. Stockholm: Institutionen för Byggnadsstatik, Kungl. Tekniska Högskolan, 1988.
- [41] Hammelehle, G.: Einheitliches Durchstanzmodell für Flachdecken unter Berücksichtigung der ebenen, linear-elastischen FE-Plattenberechnung; Dissertation: Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau Technische Universität München, 3/2008.
- [42] Vocke, H.: Zum Durchstanzen von Flachdecken im Bereich von Rand- und Eckstützen; Dissertation; Universität Stuttgart, Institut für Werkstoffe im Bauwesen. Stuttgart, 2002.
- [43] Muttoni, A.: Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs without Transverse Reinforcement. ACI Structural Journal 105, 2008, S. 440–450.
- [44] Deutsches Institut für Normung e. V.: DIN EN 1990: Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung; Deutsche Fassung EN 1990:2002 + A1:2005 + A1:2005/AC:2010. Berlin: Beuth Verlag, Dezember 2010.
- [45] Hegger, J., Walraven, J. C., Häusler, F.: Zum Durchstanzen von Flachdecken nach Eurocode 2. Beton- und Stahlbetonbau 105, 2010, S. 206–215.